

Прикладные задачи

Алгоритмы аэродинамического управления относительным движением двух спутников по околокруговой орбите

Андриевский Б.Р.^{1,2,3*}, Кузнецов Н.В.^{1,2,**}, Попов А.М.^{3,***}

¹ Институт проблем машиноведения РАН (ИПМаш РАН)

² Санкт-Петербургский государственный университет (СПбГУ)

³ Балтийский государственный технический университет (БГТУ «ВОЕНМЕХ»)

e-mail:

*boris.andrievsky@gmail.com

**nkuznetsov239@mail.ru

***9993868@mail.ru

Аннотация. В последние годы растет интерес к использованию силы аэродинамического сопротивления для устранения относительного дрейфа между спутниками, движущимися в группе. Данная статья посвящена разработке и исследованию некоторых децентрализованных алгоритмов стабилизации взаимного положения двух спутников, движущихся по околокруговой земной орбите. Приведен краткий обзор подходов и результатов по методам управления группой спутников изменением силы аэродинамического сопротивления. Разработаны и исследованы алгоритмы управления на основе модального подхода, методов пассивации и систем с переменной структурой, линейной и оптимальной по быстродействию частичной стабилизации. Исследована робастность систем управления по отношению к параметрам. Продемонстрирована возможность появления незатухающих ко-

лебаний, как следствия ограниченности управляющего воздействия (аэродинамического сопротивления).

Ключевые слова: рой наноспутников, аэродинамическое сопротивление, управление, относительное положение, стабилизация, модальное управление, пассивация, частичная стабилизация, оптимальное быстроедействие, колебания, робастность.

1 Введение

В последние годы растет интерес к использованию дифференциальной силы (то есть разности приложенных к спутникам сил) аэродинамического сопротивления для устранения относительного дрейфа между спутниками, движущимися “роем” в группе (без обязательного требования поддержания взаимного расположения). Различные алгоритмы управления с использованием дифференциального аэродинамического сопротивления предложены за последние годы в многочисленных публикациях, см. [1–14]. Одной основополагающих публикаций является работа Каролины Леонард (*Carolina Leonard*) [15] где, исходя из предположения возможности изменения эффективного сечения спутников в набегающем потоке, разработан метод управления с релейным регулятором и переключениями. Дифференциальная сила создается изменением углов атаки α расположенных на спутниках пластин путем их разворота по отношению к набегающему потоку. Для описания динамики относительного движения спутников летящих по близким околокруговым орбитам в центральном поле тяготения Земли использованы уравнения в местной-вертикальной – местной-горизонтальной (*Local Vertical Local Horizontal, LVLH*) системе отсчета, записанные в относительных координатах согласно модели Хилла – Клохесси – Уилтшира (*Hill–Clohessy–Witshire, HCW*) [16–22], описывающей относительное движение двух спутников. Далее в настоящей статье используется принятая в российских публикациях система координат, в которой ось OZ направлена от центра Земли, ось OY направлена по нормали к плоскости орбиты, ось OX дополняет тройку до правой [22], см. рисунок 1.

Учитывая, что движение по нормали к плоскости орбиты (вдоль оси OY) изолированное, исходя из закона всемирного тяготения, третьего закона Кепплера и предположения, что для расстояния ρ спутника до центра Земли выполнены неравенства $\rho \gg x, z$, получена следующая система уравнений движения спутника в системе локальных координат LVLH

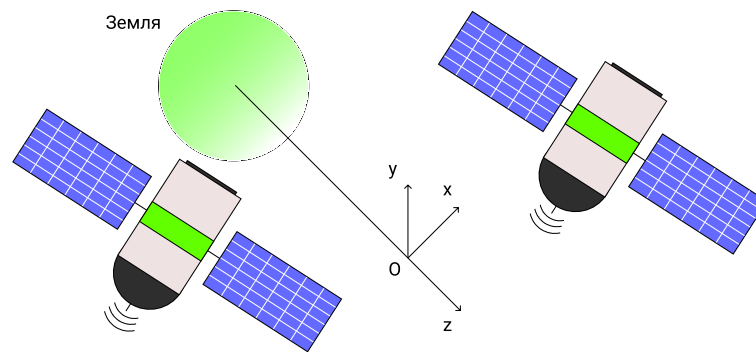


Рис. 1 — Система координат, связанная с опорной точкой O , движущейся по круговой орбите.

(“уравнения Хилла”)

$$\ddot{x} = -2\omega\dot{z} + F_x, \quad (1)$$

$$\ddot{z} = 2\omega\dot{x} + 3\omega z + F_z, \quad (2)$$

где F_x, F_z — составляющие вектора не-гравитационных сил, приложенных к спутнику и выраженных в единицах ускорения. К этим силам относится и сила аэродинамического сопротивления f_x по оси Ox , управление которой осуществляется разворотом на угол α . Исходя из физических соображений, $f_x = f_x(\alpha) \leq 0$, $f_x(0) \leq |f_x| \leq f_x(\pi/2)$. Поэтому угол α естественно брать в пределах $0 \leq \alpha \leq \pi/2$. Здесь ω — средняя угловая скорость движения КЛА по орбите, определяемая выражением $\omega = \sqrt{GM/a^3}$ где G — гравитационная постоянная, M — масса центрального тела (для Земли $GM = 398603 \cdot 10^9 \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-2}$), a — большая полуось орбиты спутника. Уравнения Хилла (1), (2) выводятся при следующих предположениях: величина $\sqrt{x^2 + z^2}$ мала по сравнению с ρ ; аэродинамическая сила мала, вызываемое ей ускорение не превышает $1.7 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}^2$; эксцентриситет орбиты мал, она весьма близка к круговой; угловая скорость ω близка к постоянной. Для полученной системы (1), (2) в [15] выполняется невырожденное преобразование координат к вещественной форме Жордана [23, 24], в результате которого модель (1), (2) представляется в виде параллельного (взаимно-независимого) соединения двойного интегратора и гармонического осциллятора. Для интегратора строится оптимальное по быстродействию управление в виде релейной обратной связи с квадратичной функцией переключения. Аналогичный, но технически более сложный, подход применяется и для гармонического осциллятора (детальное изложение можно найти, например, в [25]). Поскольку управление скалярно, нет возможности применять оба закона управления одновременно и независимо и к двойному

интегратору, и к осциллятору. Для разрешения возникшего противоречия, в [15] разработан и глубоко исследован для разных сценариев полета алгоритм переключения с одного закона управления на другой, основанный на особенностях требований к задаче встречи (“рандеву”).

Перес и Бевилаква (*Pérez, Bevilacqua*) [2, 26] для управления относительным движением двух спутников с использованием дифференциального сопротивления разработали робастный подход на основе метода Ляпунова. Использована основанная на результатах работы Швайгарта–Сэдваика (*Schweighart, Sedwick*) [20, 27], см. также [28, гл. 2] модель динамики относительного движения, учитывающая влияние возмущения J_2 на движение КЛА.¹ В принятых в данной статье обозначениях эта модель имеет вид (см. также [22])

$$\ddot{x} + 2nc\dot{z} = F_x, \quad (3)$$

$$\ddot{y} + q^2y = 2lq \cos(qt + \varphi) + F_y, \quad (4)$$

$$\ddot{z} - 2nc\dot{x} - (5c^2 - 2)n^2z = F_z, \quad (5)$$

где

$$n = \frac{\omega}{c}, \quad c = \sqrt{1 + \frac{3J_2R}{8r_T^2}(1 + 3\cos(2i_t))}, \quad (6)$$

i_t, r_t – наклонение и радиус опорной орбиты целевого спутника, i_T, r_T – их начальные значения; q – линеаризованный аргумент разделения в поперечной плоскости работы [20]; J_2 – коэффициент второй зональной гармоники гравитационного потенциала Земли, $J_2 = 1082.636023 \cdot 10^{-6}$ [29]; угол φ удовлетворяет уравнению $l \sin \varphi + qy(0) \operatorname{ctg} \varphi = \dot{y}(0)$ [22].

В [2] предложена стратегия управления, при которой система космических летательных аппаратов (КЛА) отслеживает заданную траекторию. Последовательность управления строится так, чтобы обеспечить отрицательность производной по времени функции Ляпунова для ошибки слежения, а система управления КЛА обеспечивает отслеживание эталонной модели, которая налагает ограничения на возможные относительные ускорения. Поэтому желаемая траектория для маневра сближения может быть получена для линейной модели, с использованием методов линейной теории управления. Маневр встречи разделяется на две последовательные фазы [31, 32]. На первой из них КЛА выводится на устойчивую относительную орбиту; на второй – колебание относительной орбиты прекращается

¹ Вторая зональная гармоника J_2 характеризует полярное сжатие Земли [28–30].

и достигаются условия сближения, а именно нулевые относительное положение и скорость. С этой целью выполняется преобразование вектора состояния из LVLH координаты к новому набору координат, при котором, как и в [15], динамика системы разделена на двойной интегратор и гармонический осциллятор.

В [33] рассматривается спутниковая группа состоящая из головного и окружающих его ведомых спутников. Орбита головного спутника считается опорной орбитой, а относительные орбиты ведомых считаются проецируемыми круговыми орбитами (*Projected Circular Orbit*, PCO). PCO – это относительная орбита между ведущим и ведомым спутниками, которая является круговой, когда она проецируется на местную горизонтальную плоскость [34]. В PCO прогнозируемые расстояния между ведущим и ведомым спутниками постоянны [35]. Уравнение HCW описывает относительное движение между главным и ведомым спутниками в местной системе отсчета LVLH с началом отсчета на ведущем спутнике.

Вектор относительного положения \mathbf{r} и вектор относительной скорости \mathbf{v} ведомого спутника определены в системе отсчета LVLH. Вектор состояния \mathbf{x} относительного движения определяется как $\mathbf{x} = [\mathbf{r}^T \ \mathbf{v}^T]^T$, где $\mathbf{r} = [x \ y \ z]^T$, $\mathbf{v} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$. Исходя из этого в [33] выводится линеаризованное уравнение динамики относительного движения для двух тел. Расстояния между ведущим и ведомым спутниками при линеаризации игнорируются, поскольку они существенно меньше, чем расстояние между главным спутником и центром тяжести (центром Земли, если рассматривается движение на околоземной орбите). Отсюда следуют линейные уравнения состояния

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_3 & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{A} & \mathbf{B} \end{bmatrix} \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{A} = n^2 \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = n \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где \mathbf{O}_3 , \mathbf{I}_3 – нулевая и единичная матрицы порядка 3, $n = \sqrt{GM/a^3}$ – средняя скорость движения головного КЛА, G – гравитационная постоянная, M – масса центрального тела (для Земли $GM = 398603 \cdot 10^9 \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-2}$), a – большая полуось орбиты головного спутника.

В недавней публикации [12] отмечено, что дифференциальные аэродинамические силы являются перспективным вариантом управления полетом спутников без расхода ракетного топлива для управления полетом спутников. Отмечено, что адсорбция атомарного кислорода на поверхности спут-

ника на очень низкой околоземной орбите вызывает диффузное отражение и высокие уровни аккомодации энергии, что приводит к низким коэффициентам подъемной силы, но материалы поверхности, которые способствуют зеркальному или квази-зеркальному отражению, могут значительно увеличить величину имеющихся дифференциальных подъемных сил. В [12] используется робастный подход к управлению, разработанный в [2, 26].

В [22] рассматривается задача построения роя наноспутников сразу после их отделения от ракеты-носителя (РН). Для ее решения в [22] предложено децентрализованное управление с использованием силы аэродинамического сопротивления с целью устранения дрейфа между спутниками. Заметим, что в [22] алгоритм управления спутниками не выписан в замкнутой форме, а представлен в виде длительности постоянного управляющего воздействия в зависимости от начальных условий так, чтобы исключить линейную по времени составляющую взаимного отклонения, игнорируя колебательную. С прикладной точки зрения решение задачи управления в “форме синтеза” (по данным текущих измерений) предпочтительнее и охватывается использованным в [15, 31, 32] способом приведения модели системы к форме Жордана.

В настоящей статье рассматривается система из двух спутников. Как и в [22], считается что в начальный момент времени спутники движутся в соответствии с заданными условиями отделения. Предполагается, что спутники находятся на низкой круговой околоземной орбите и их орбитальное движение управляется изменением аэродинамической силы сопротивления поворотом относительно набегающего потока с помощью маховичной системы ориентации. Для рассматриваемой задачи предложено и исследовано несколько алгоритмов управления в форме обратной связи, обеспечивающих асимптотическую, или частичную, стабилизацию относительного расположения спутников.

Оставшаяся часть статьи построена следующим образом. Модель динамики относительного движения двух спутников по околокруговой орбите представлена в разделе 2. Основное содержание размещено в разделе 3, где получены и исследованы различные алгоритмы управления относительным движением спутников. Модальному управлению посвящен подраздел 3.1. Применение метода пассивации представлено в подразделе 3.2. В подразделе 3.3 рассматривается частичная стабилизация относительного движения спутников, а частичной стабилизации, оптимальной по быстрдействию, посвящен подраздел 3.4. Выводы по результатам работы приведены

в заключении.

2 Модель динамики относительного движения двух спутников по околокруговой орбите

В данном исследовании считаем, что бортовой системе управления каждого спутника известны все относительные координаты $x_{12} = x_2 - x_1$, $z_{12} = z_2 - z_1$, а также их производные. Сигналы управления u_1 , u_2 для каждого спутника формируется так, чтобы обеспечить вырабатываемую в соответствии с некоторым законом управления разность $u_{12} = u_2 - u_1$ как функцию обобщенных относительных координат: $u_{12} = U(x_{12}, z_{12}, \dot{x}_{12}, \dot{z}_{12})$. Используя бортовую систему определения движения, каждый спутник может оценить относительное положение другого. Для этого могут использоваться системы определения движения основанные, например, на данных системы раннего оповещения NORAD [36], обработке изображений [37], на измерениях дальномеров [38–41]. Возможна также передача информации между спутниками по информационному каналу связи [42] о текущем орбитальном движении, полученном на борту, например, с использованием установленных на каждом спутнике приемников ГЛОНАСС/GPS [43, 44].

Рассматриваются спутники, движущиеся по круговой околоземной орбите. Линеаризованная модель их относительного движения в плоскости OXZ имеет вид (ср. [22] и (3)–(5)):

$$\dot{\chi}_{12} = A\chi_{12} + Bu_{12}, \quad (8)$$

$$u_{12} = -\varphi(y), \quad (9)$$

$$y = C\chi, \quad (10)$$

где $\chi = [x_{12} \ \dot{x}_{12} \ z_{12} \ \dot{z}_{12}]^T \in \mathbb{R}^4$ – вектор состояния системы, в котором через x_{12} обозначена разность координат второго и первого спутников по оси OX, $x_{12} = x_2 - x_1$; $z_{12} = z_2 - z_1$ – по оси OZ; u_{12} – управление (разность действующих на спутники аэродинамических сил, в единицах ускорения). Оно ограничено по модулю значением u_{\max} . Уравнения (9), (10) замыкают контур обратной связи. В них y – выход линейного регулятора, $\varphi(\cdot)$ – нелинейная функция насыщения, описывающая ограничение управляющего воздействия, $\varphi(y) = \text{sat}_{u_{\max}}(y)$. Поскольку для каждого спутника сила аэродинамического сопротивления отрицательна (то есть действует против направления движения и принадлежит интервалу $[-u_{\max}, 0]$), то чтобы

обеспечить желаемое дифференциальное управление $-u_{\max} \leq u_{ij} \leq u_{\max}$ фактическое управляющее (тормозящее) воздействие должно применяться только к первому (движущемуся впереди) спутнику из пары, см. [22].

Матрицы модели динамики (8) – (10) имеют вид

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2\omega \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2\omega & 3\omega^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4], \quad (11)$$

Коэффициенты k_i , $i = 1, \dots, 4$ выбираются при синтезе закона управления.

3 Алгоритмы управления

3.1 Модальное управление

3.1.1 Синтез модального регулятора

Выполним синтез регулятора $u_{12} = U(\chi)$ методом модального управления. При синтезе считаем, что полученный сигнал управления не выходит за границы линейной области, то есть что $|u| \leq u_{\max}$. Уравнения состояния замкнутой системы (без учета возмущений) тогда имеют вид

$$\dot{\chi}_{12} = (A - BC)\chi_{12}, \quad (12)$$

где матрицы A , B , C имеют вид (11).

Задача синтеза состоит в выборе коэффициентов регулятора k_i так, чтобы обеспечить требуемый спектр $\{\lambda_{ABC}\}$ матрицы $(A - BC)$ замкнутой системы (12). Используем в качестве эталонного, полином Баттерворта (*Butterworth*) четвертого порядка

$$D(s) = s^4 + 2.6131\Omega s^3 + 3.4142\Omega^2 s^2 + 2.6131\Omega^3 s + \Omega^4, \quad (13)$$

где параметр Ω – среднегеометрический корень характеристического многочлена, определяющий желаемое быстродействие замкнутой системы.

3.1.2 Результаты моделирования системы с модальным регулятором

При синтезе алгоритма управления и моделировании использованы следующие параметры [22]: угловая скорость движения по опорной круговой орбите $\omega = 1.148 \cdot 10^{-3}$ рад/с, которая соответствует движению по круговой орбите на высоте 340 км над Землей; максимальная величина управления $u_{\max} = 4.1 \cdot 10^{-6}$ м/с². При таком значении ω , собственные числа матрицы A невозмущенного движения $\lambda_A = \{0, 0, \pm i\omega\} = \{0, 0, \pm 1.148 \cdot 10^{-3}i\}$.

С учетом характерной длительности процессов изменения движения спутников по орбите, выберем в (13) значение $\Omega = 10^{-3}$ рад/с, при котором $\det(sI - A + BC) = s^4 + 2.613 \cdot 10^{-3} s^3 + 3.414 \cdot 10^{-6} s^2 + 2.613 \cdot 10^{-9} s + 10^{-12}$, $\lambda_{A-BC} = \{-0.9239 \cdot 10^{-3} \pm 0.3827 \cdot 10^{-3}i, -0.3827 \cdot 10^{-3} \pm 0.9239 \cdot 10^{-3}i\}$. С помощью стандартной процедуры `place`, входящей в Control Systems Toolbox системы MATLAB, найдены следующие коэффициенты регулятора (численные значения приведены в системе СИ): $k_1 = -2.53 \cdot 10^{-7}$, $k_2 = 2.613 \cdot 10^{-3}$, $k_3 = 5.64 \cdot 10^{-6}$, $k_4 = 1.02 \cdot 10^{-3}$.

Результаты моделирования при $x_{12}(0) = 10$ м, $\dot{x}_{12}(0) = 0.025$ м/с и остальных нулевых начальных условиях приведены на рисунках 2, 3. На рисунке 2 показаны графики переходных процессов относительных координат x_{12} , z_{12} спутников и график дифференциального управления u_{12} при $x_{12}(0) = 10$ м, $\dot{x}_{12}(0) = 0.025$ м/с и прочих нулевых начальных условиях. На графике u_{12} отмечены участки на которых управление фактически применяется к спутнику 1 или 2.

3.1.3 Анализ робастности системы с модальным регулятором к уровню управления и угловой скорости движения

Оценим робастность синтезированного регулятора отношению к по уровню управления и угловой движения по опорной круговой орбите ω . Для этого заменим матрицу B в (11) на $\varkappa B$, где параметр $\varkappa = 1$ в идеальном (расчетном) случае, а также будем изменять параметр ω в матрице A . Результат вычислений в виде контурного графика степени устойчивости $\eta = -\max(\operatorname{Re} \lambda_{ABC})$ показан на рисунке 3. Как видно из рисунка, область устойчивости охватывает, как минимум, 20% вариации параметров относительно расчетных, что говорит о робастности рассматриваемого алгоритма управления. Отметим, что данный результат относится только к линейной области управления (когда насыщения “не активны”), а также к случаю, когда указанные параметры у обоих спутников равны. Напри-

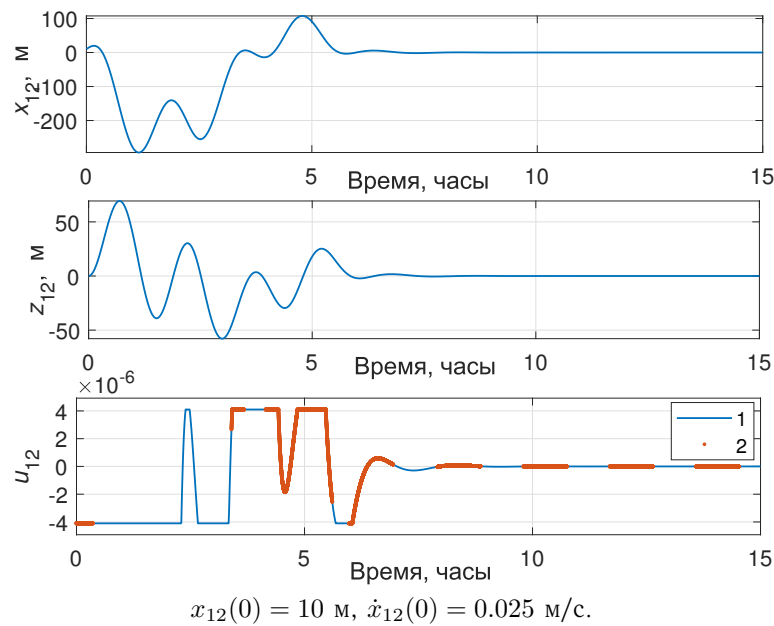


Рис. 2 — Процессы изменения относительных координат x_{12} , z_{12} спутников и дифференциальное управление u_{12} для системы с модальным регулятором.

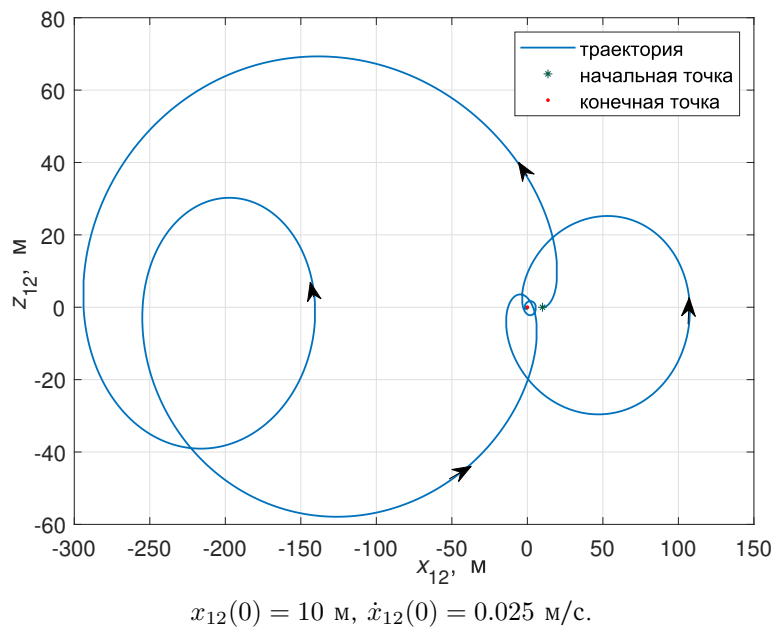


Рис. 3 — Траектории относительного движения спутников с модальным регулятором.

мер, сюда входит случай когда эффективность управления меняется из-за плотности атмосферы в окрестности траектории движения. Влияние насыщения и разницы эффективности действия управления требуют отдельного рассмотрения.

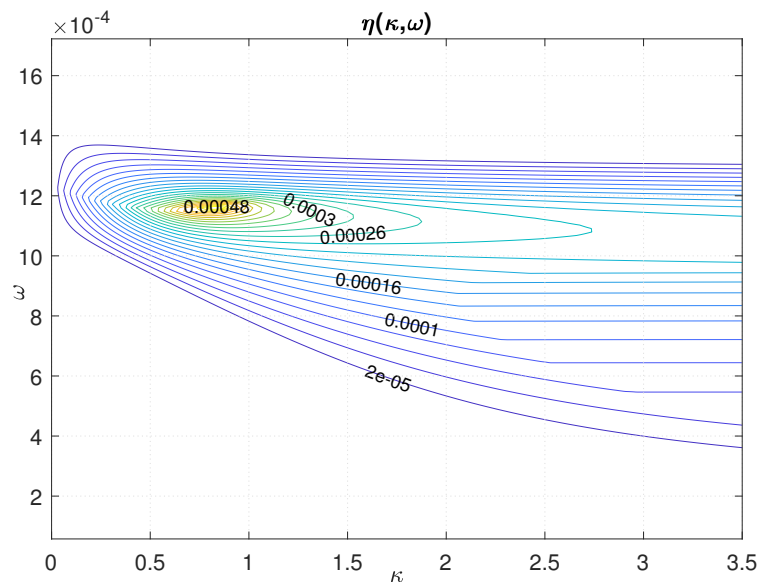


Рис. 4 — Область устойчивости системы с модальным регулятором в плоскости параметров (κ, ω) .

3.1.4 Появление колебаний движения спутников с модальным регулятором

Влияние насыщения в контуре управления может качественно изменить поведение системы, в том числе – привести к возникновению так называемых “скрытых колебаний” [45–49]. Как показано выше, в области малых отклонений от состояния равновесия, когда насыщение “неактивно”, замкнутая система асимптотически устойчива. Возникает вопрос о границах асимптотической устойчивости (аттрактивности) состояния равновесия в пространстве (начальных) состояний системы, в том числе, выявления наличия скрытых колебаний, чему посвящены указанные выше работы.

На рисунке 5 показана кривая Найквиста для линейной части системы, имеющей передаточную функцию (ПФ) $W(s) = K(sI - A)^{-1}B$. Как видно из графика, эта кривая не имеет точек пересечения с отрицательной вещественной полуосью. Более того, сектор устойчивости Гурвица системы с ПФ $\kappa W(s)$, замкнутой единичной отрицательной обратной связью, имеет вид $\kappa \in (0, \infty)$, поэтому метод гармонического баланса не устанавливает возможность автоколебаний в рассматриваемой системе с насыщением. Поскольку методы абсолютной устойчивости тут напрямую не работают и не дают глобального притяжения к единственному состоянию равновесия, то актуальной является задача численного анализа границ устойчивости в фазовом пространстве. Тем не менее, анализ процессов в системе

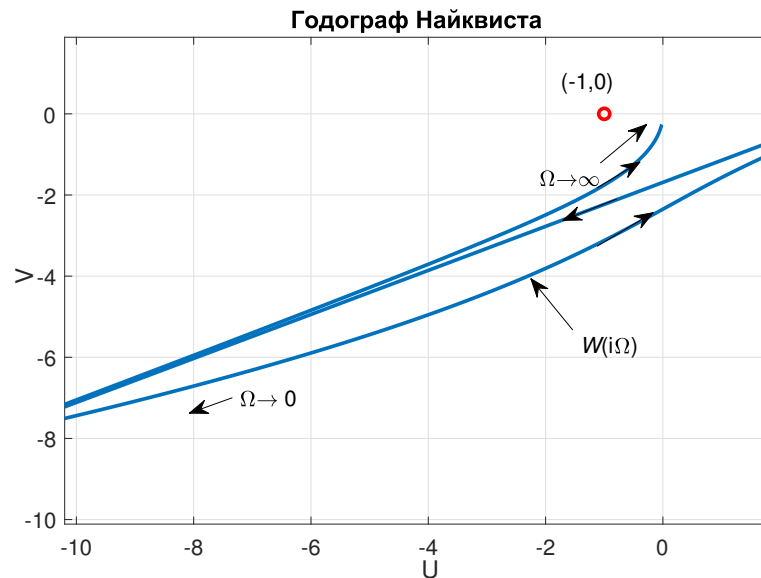
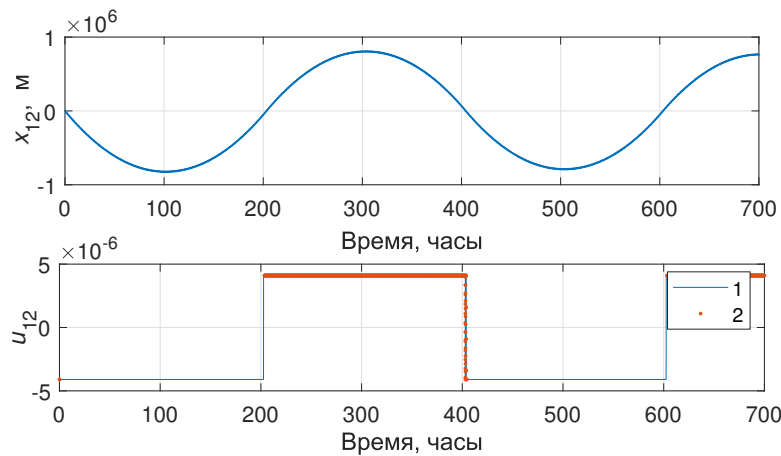


Рис. 5 — Годограф Найквиста частотной ПФ $W(i\Omega) = K(i\Omega I - A)^{-1}B$.

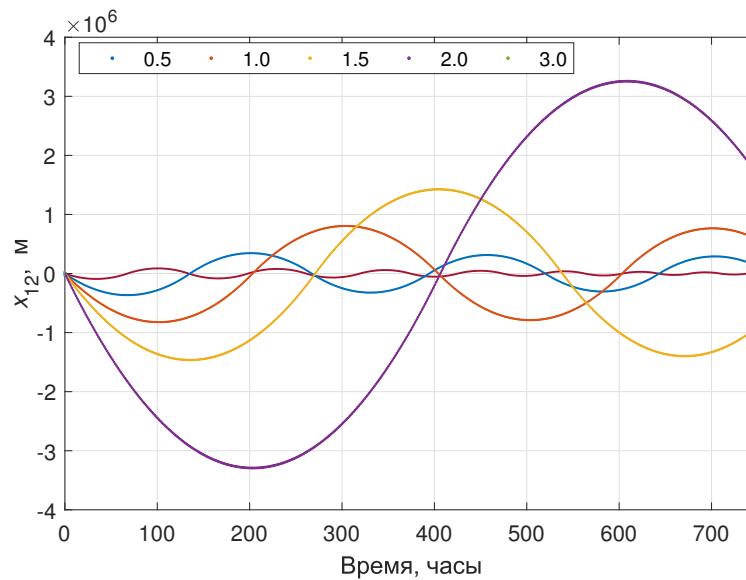


$$x_{12}(0) = 10 \text{ м}, \dot{x}_{12}(0) = 1.5 \text{ м/с}.$$

Рис. 6 — Процессы изменения относительных координат x_{12} , z_{12} спутников и дифференциальное управление u_{12} для системы с модальным регулятором. Возникновение колебаний.

с насыщением говорит о возможности возникновения автоколебаний, как продемонстрировано на рисунках 6, 7.

Развитие незатухающих колебаний в зависимости от начальных условий показано на рисунке 7 при различных значениях $\dot{x}_{12}(0) \in \{0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 3.0\}$ м/с. Учитывая большую амплитуду колебаний и длительность процесса, пуски при $\dot{x}_{12}(0) > 0.5$ м/с следует считать неудачными.



$$x_{12}(0) = 10 \text{ м}, \dot{x}_{12}(0) \in \{0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 3.0\} \text{ м/с.}$$

Рис. 7 — Процессы изменения относительной координаты x_{12} для системы с модальным регулятором. Развитие колебаний.

3.2 Применение метода пассивфикации

3.2.1 Основы метода

Следуя [50–55], рассмотрим линейную систему с постоянными параметрами, одним входом и несколькими выходами

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx, \tag{14}$$

где $x = x(t) \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния, $u = u(t) \in \mathbb{R}$ — скалярное управляющее воздействие, $y = y(t) \in \mathbb{R}^l$ — измеряемый векторный выход, A, B, C — постоянные вещественные матрицы размеров $(n \times n)$, $(n \times 1)$, $(l \times n)$ соответственно, $B \neq 0$. Пусть G — некоторая вещественная матрица размера $(1 \times l)$.

Задача о пассивфикации для системы (14) понимается как нахождение матрицы (вектора-строки) K размера $(1 \times l)$ такой, что система, замкнутая управлением в обратной связи $u = -Ky + v$ строго пассивна по отношению к вспомогательному выходу $\sigma = Gy$: неравенство $\int_0^T (\sigma v - \rho |x|^2) dt \geq 0$ для некоторого $\rho > 0$ и всех $T > 0$ выполнено для всех решений (14) начинающихся из $x(0) = 0$. Как следует из леммы Калмана–Попова–Якубовича, это эквивалентно нахождению матрицы K , удовлетворяющей следующему условию *строго положительной вещественности* (СПВ): передаточная

функция $W(\lambda) = GC(\lambda I_n - A + BKC)^{-1}B$ замкнутой системы² от входа v к выходу $\sigma = Gy$ удовлетворяет условиям

$$\operatorname{Re} W(i\omega) > 0 \text{ для всех } \omega \in \mathbb{R}, \quad i^2 = -1, \quad \text{и} \quad \lim_{\omega \rightarrow +\infty} \omega^2 \operatorname{Re} W(i\omega) > 0. \quad (15)$$

Определение 1 Система (14) называется *минимальнофазовой* по отношению к выходу $\sigma = Gy$, если многочлен

$$\varphi_0(s) = \det \begin{bmatrix} sI_n - A & -B \\ GC & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

гурвицев; *гиперминимальнофазовой* (ГМФ), если она минимальнофазовая и выполнено неравенство $GCB > 0$.

Теорема 1 (теорема о пассивности, [53, 54]) Следующие утверждения эквивалентны:

(A1) Существуют положительно определенная $(n \times n)$ -матрица H и $(1 \times l)$ -матрица (вектор-строка) K такие, что выполнены соотношения

$$H(A + BKC) + (A + BKC)^T H < 0, \quad HB = C^T G^T. \quad (17)$$

(B1) Система (14) гиперминимальнофазовая по отношению к выходу $\sigma = Gy$.

(C1) Имеется обратная связь

$$u = Ky + v, \quad (18)$$

обеспечивающая строгую пассивность замкнутой системы (14), (18) по отношению к выходу $\sigma = Gy$.

(C1) Имеется обратная связь

$$u = Ky + v, \quad (19)$$

Замечание 1 Если выполнено условие (B1), то матрица K в (17) может быть взята в виде $K = -\kappa G$ где κ — достаточно большое положительное вещественное число.

² Здесь и далее I_n — единичная матрица порядка n .

Теорема о пассивации (теорема 1) дает условия разрешимости матричных неравенств, возникающих для систем с обратной связью, подобные известной для замкнутых систем классической лемме Калмана–Попова–Якубовича [50, 56–58], а также условия разрешимости задачи пассивации систем с помощью статической обратной связи, поэтому эта теорема называется также *леммой Калмана–Якубовича–Попова для систем с обратной связью* (*Feedback Kalman-Yakubovich-Popov lemma, FKYP-lemma*).

3.2.2 Синтез регулятора методом пассивации

Согласно изложенному выше, при скалярном управлении $u \in \mathbb{R}^1$ прежде всего следует найти вектор-строку коэффициентов $G \in \mathbb{R}^l$ так, чтобы ПФ разомкнутой системы от управления u к выходу $\sigma = Gy$ была строго-минимальнофазовой, то есть ее числитель был гурвицевым многочленом степени на единицу меньше степени знаменателя, где $y \in \mathbb{R}^l$ – вектор измеряемых выходных переменных объекта управления. Значения l и G заранее не определены и находятся из указанного выше условия строгой минимальнофазовости. Эта комбинаторная задача может иметь множество решений (или не иметь ни одного, если нет надлежащих измеряемых переменных). В данном исследовании делается упрощающее предположение, что измеряется весь вектор состояния x системы (12), то есть что $y = [x_{12}, \dot{x}_{12}, z_{12}, \dot{z}_{12}]^T \in \mathbb{R}^4$, а коэффициенты вектор-строки $G \in \mathbb{R}^4$ выбираются так, чтобы получить заданный гурвицев многочлен третьей степени. Итак примем, что $G = [-1, g_2, g_3, g_4]$, то есть $\sigma = -x_{12} + g_2\dot{x}_{12} + g_3z_{12} + g_4\dot{z}_{12}$. Надлежащий выбор вектора G обеспечивает стабилизацию системы управлением $u = -\kappa\sigma$, где κ достаточно велико.

Найдем ПФ системы от u к σ . Получим

$$W(s) = \left\{ \frac{\sigma}{u} \right\} = \frac{g_2s^3 + (2g_4\omega - 1)s^2 + (-3g_2\omega^2 + 2g_3\omega)s + 3\omega^2}{s^2(s^2 + \omega^2)}. \quad (20)$$

Условие на разность степеней многочленов числителя и знаменателя ПФ (20) выполнено при $g_2 \neq 0$, остается обеспечить гурвицевость многочлена $B(s) = g_2s^3 + (2g_4\omega - 1)s^2 + (-3g_2\omega^2 + 2g_3\omega)s + 3\omega^2$ при $g_2 > 0$. Для этого, предполагая последнее условие выполненным, разделим $B(s)$ на g_2 и приравняем полученный многочлен многочлену Баттерворта степени 3 с параметром $\Omega > 0$ (среднегеометрический корень). Получим: $s^3 + 2\Omega s^2 + 2\Omega^2 s + \Omega^3 = s^3 + (2g_4\omega - 1)/g_2 s^2 + (-3g_2\omega^2 + 2g_3\omega)/g_2 s + 3\omega^2/g_2$.

Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях s , получим систему из трех линейных уравнений относительно g_2, g_3, g_4 , решая которую находим:

$$g_2 = \frac{3\omega^2}{\Omega^3}, \quad (21)$$

$$g_3 = \frac{3\omega(2\Omega^2 + 3\omega^2)}{2\Omega^3}, \quad (22)$$

$$g_4 = \frac{\Omega^2 + 6\omega^2}{2\Omega^2\omega}. \quad (23)$$

Принимая $\Omega = 10^{-3}$ рад/с и учитывая, что $\omega = 1.148 \cdot 10^{-3}$ рад/с, численно получим: $g_2 = 3.95 \cdot 10^3$ с, $g_3 = 10.3$, $g_4 = 3.88 \cdot 10^3$ с. С учетом выражений (21)–(23) передаточная функция (20) принимает вид

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{3\omega^2}{\Omega^3} \cdot \frac{s^3 + 2\Omega s^2 + 2\Omega^2 s + \Omega^3}{s^2(s^2 + \omega^2)} = \\ &= \frac{3956s^3 + 7.913s^2 + 0.007913s + 3.956 \cdot 10^{-6}}{s^2(s^2 + 1.32 \cdot 10^{-6})}. \end{aligned} \quad (24)$$

Числитель ПФ (24) – заданный гурвицев многочлен Баттерворта третьей степени с положительными коэффициентами, знаменатель – многочлен степени 4, поэтому ПФ (24) является строго-минимальнофазовой и условия теоремы 1 выполнены. Основываясь на замечании 1, замкнем систему отрицательной обратной связью $u = -\varkappa\sigma$ с некоторым положительным коэффициентом усиления \varkappa . Корневой годограф характеристического многочлена замкнутой системы показан на рисунке 8. Как видно из графика, три корня стремятся к заданным (отмечены звездочками), а четвертый корень уходит в “минус бесконечность”. Получено практическое совпадение корней с заданными уже при $\varkappa = 3 \cdot 10^{-5}$.

3.2.3 Моделирование системы с пассивирующим регулятором

Результаты моделирования системы при $\varkappa = 3 \cdot 10^{-5}$ и начальных условиях $x_{12}(0) = 10$ м, $\dot{x}_{12}(0) = 0.010$ м/с и остальных нулевых начальных условиях приведены на рисунках 9, 10.

Заметим, что алгоритм, полученный на основе пассивации обеспечивает сходимость при меньшем отклонении начальной скорости ($\dot{x}_{12}(0) = 0.010$ м/с), чем алгоритм на основе модального управления ($\dot{x}_{12}(0) =$

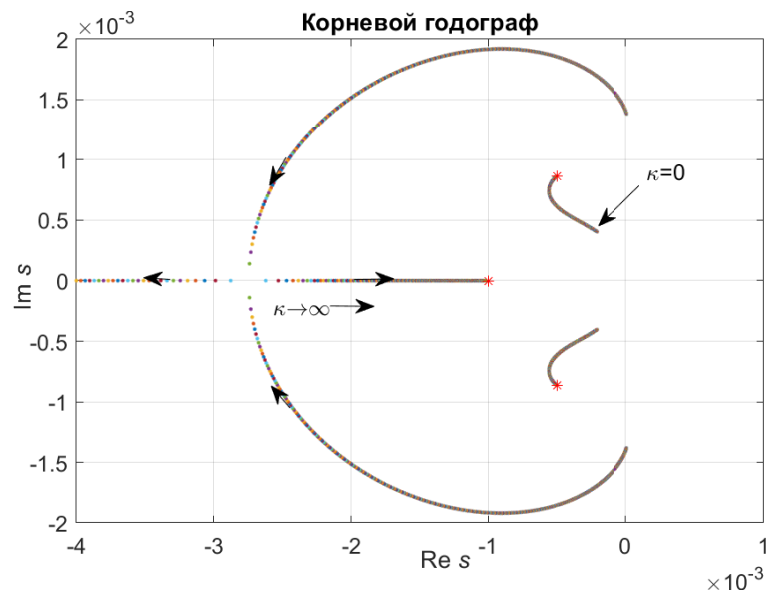


Рис. 8 — Корневой годограф замкнутой системы по параметру κ .

0.025 м/с). Развитие потери устойчивости в зависимости от начальных условий показано на рисунке 7 при различных значениях $\dot{x}_{12}(0) \in \{0.01, 0.011, 0.012\}$ м/с.

3.2.4 Управление в скользящем режиме

Поскольку метод пассивации дает возможность выбирать κ сколь угодно большим, а в системе присутствует насыщение, можно перейти к алгоритму управления релейного (разрывного) типа и получить движение в скользящем режиме, характерное для систем с переменной структурой [59, 60]. Исследуем эту возможность для рассматриваемой системы, проведя моделирование при тех же начальных условиях, взяв $\kappa = 10^3$.

Результаты моделирования системы при $\kappa = 10^3$ и начальных условиях $x_{12}(0) = 10$ м, $\dot{x}_{12}(0) = 0.010$ м/с приведены на рисунке 12.

Как видно из результатов моделирования, скользящий режим не дает в данном случае преимуществ с точки зрения качества процесса. Это связано с тем, что прежде чем система выйдет на скользящий режим, проходит некоторый переходный процесс, и в данном случае он не отличается сколько-нибудь заметно от процесса с малым κ , так как в обоих случаях управление выходит на насыщение. Расширения области допустимых начальных условий тоже не происходит. Ожидается снижение влияния внешних возмущений на процесс управления со скольжением, которые здесь не учитывались, см., напр. [60]. Однако это положительное свойство

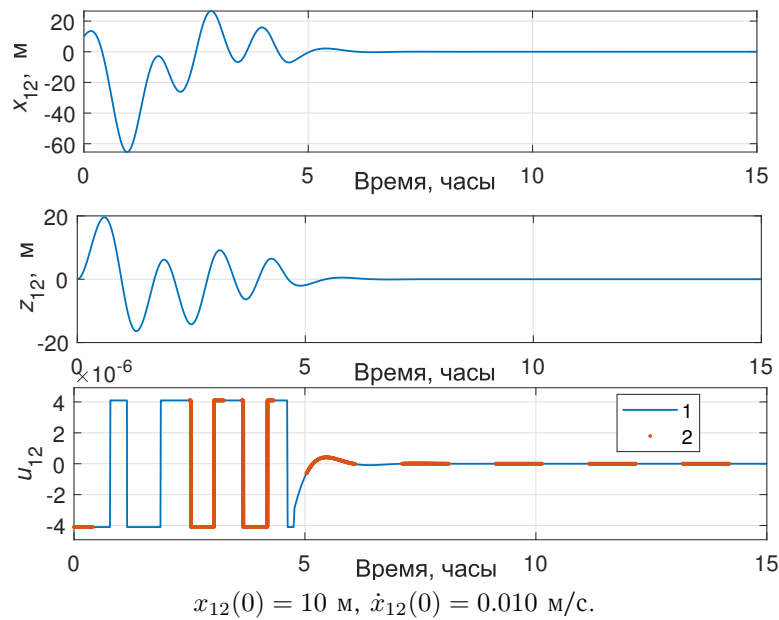


Рис. 9 — Процессы изменения относительных координат x_{12} , z_{12} спутников и дифференциальное управление u_{12} для системы с регулятором на основе пассивации.

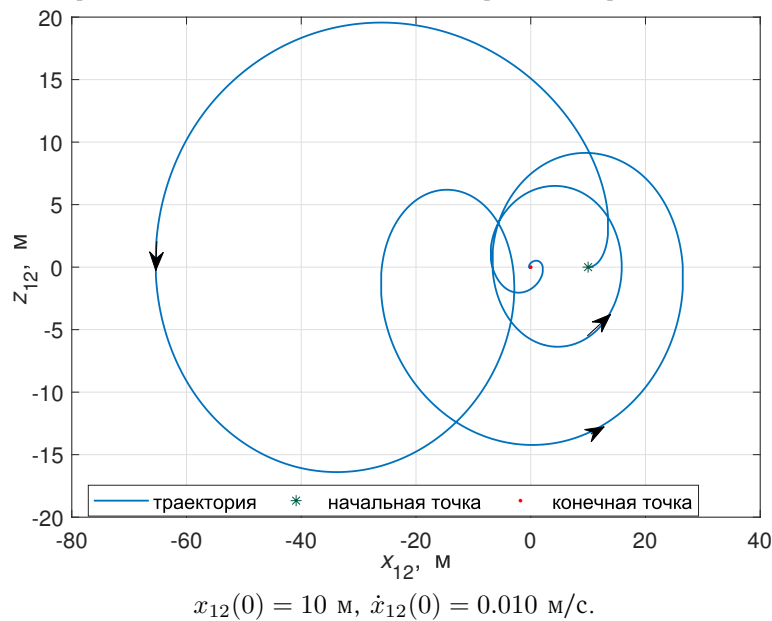


Рис. 10 — Траектории относительного движения спутников для системы с регулятором на основе пассивации.

вряд ли удастся использовать, так как в данной работе (как и во многих других, напр. [22]) не учитывается динамика углового движения спутника, необходимого для реализации способа управления дифференциальным сопротивлением. Высокочастотное изменение угла атаки α , требуемое для скользящего режима, может оказаться технически невозможным и, кроме того, нежелательным с точки зрения эксплуатации и энергопотребления

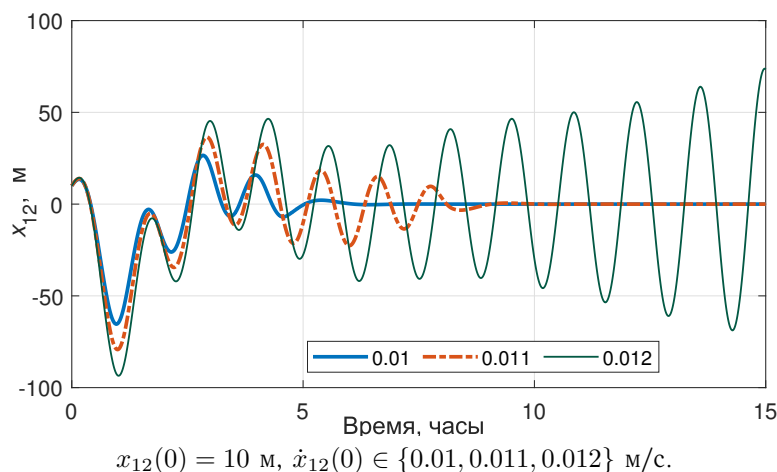


Рис. 11 — Процессы изменения относительной координаты x_{12} для системы с пассивирующим регулятором. Развитие потери устойчивости.

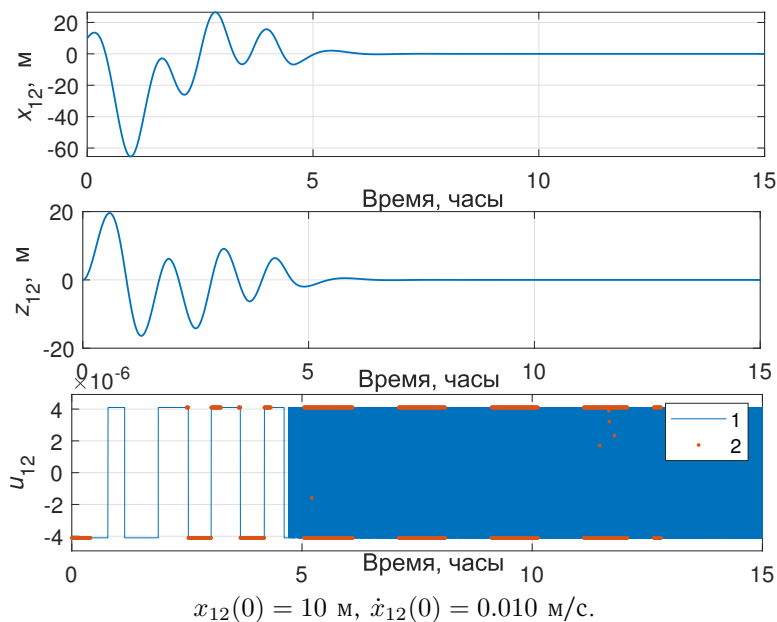


Рис. 12 — Процессы изменения относительных координат x_{12}, z_{12} спутников и дифференциальное управление u_{12} для системы со скользящим режимом.

системы ориентации.

3.3 Частичная стабилизация относительного движения спутников

3.3.1 Синтез алгоритма управления

Как отмечено в [22], при движении спутников роём могут предъявляться менее жесткие требования, чем поддержание их конфигурации – бывает достаточно чтобы они не “разбегались” по орбите, что достигается устра-

нением линейной составляющей, присутствующей в решении однородного уравнения $\dot{\chi} = A\chi$. Таким образом, можно выделить неустойчивую подсистему и стабилизировать только ее, то есть осуществить *частичную стабилизацию*, позволяя остальным переменным изменяться произвольно под действием начальных условий и управления. Этот способ описан в работе [61], где он использован для стабилизации неустойчивого состояния равновесия маятника с маховичным двигателем.³ В [15, 31, 32] и ряде других работ по управлению спутниками, выполнено аналогичное преобразование, но предлагается более сложный алгоритм с переключениями, предназначенный и для гашения колебаний. В данном исследовании рассматриваем только стабилизацию линейно меняющейся составляющей, вызванной нулевым корнем кратности два.

В качестве исходного описания возьмем модель (8) с матрицами (11). невырожденное преобразование координат к вещественной форме Жордана [23, 24]. Нетрудно получить [23], что вещественная форма Жордана для матрицы A имеет вид

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega \\ 0 & 0 & -\omega & 0 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Введем новые переменные состояния $\bar{\chi} = T\chi$ где T – невырожденная квадратная матрица порядка 4 такая, что $\bar{A} = TAT^{-1}$. После ряда преобразований найдем

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 & -\frac{2}{\omega} \\ 0 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & \frac{2}{\omega} & -\frac{1}{\omega} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{2}{3\omega} \\ 0 & 1 & 2\omega & 0 \\ 0 & 2 & 3\omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Применяя преобразование базиса к матрице B в (11) получим $\bar{B} = TB = [0 \ 1 \ 2 \ 0]^T$. Получим уравнения системы в новом базисе $\dot{\bar{\chi}} = \bar{A}\bar{\chi} + \bar{B}u$. Выделим отсюда первые два уравнения. Получим систему второго порядка

$$\dot{\bar{\chi}} = \tilde{A}\tilde{\chi} + \tilde{B}u, \quad (27)$$

³ Для рассматриваемой системы задача усложняется наличием консервативной подсистемы.

где u – скалярное управление, $\tilde{\chi} \in \mathbb{R}^2$ – вектор состояния,

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Предполагая что вектор $\tilde{\chi}$ измеряется (если измеряется весь вектор состояния χ , то вектор $\tilde{\chi}$ вычисляется как $\tilde{\chi} = T\chi$, а затем из него выбираются два первых элемента), найдем обратную связь $u = -\tilde{K}\tilde{\chi}$, обеспечивающую заданное расположение собственных чисел матрицы $\tilde{A}_K = \tilde{A} - \tilde{B}\tilde{K}$. Задав-шись расположением корней по Баттерворту $\det(sI - \tilde{A}_K) = s^2 + 1.4s\Omega + \Omega^2$, где Ω – выбранное значение среднегеометрического корня многочлена Баттерворта, получим формулы для вычисления коэффициентов регулятора $\tilde{K} = \begin{bmatrix} \Omega^2 & 1.4\Omega \end{bmatrix}$.

3.3.2 Результаты моделирования

Для моделирования выбрано $\Omega = 1.666$ рад/с, откуда $\tilde{K} = \begin{bmatrix} 2.778 \cdot 10^{-8} & 2.333 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$.

На рисунке 13 показаны переходные процесс и управляющее воздействие при $x_{12}(0) = 10$ м, $\dot{x}_{12}(0) = 0.025$ м/с и остальных нулевых начальных условиях. Соответствующие траектории на плоскости (x_{11}, z_{11}) приведены на рисунке 14. Как видно из графиков, линейный относительный дрейф устраняется, но остаются клебательные процессы с амплитудой, зависящей от начальных условий и частотой ω собственных колебаний свободной системы.

3.4 Частичная стабилизация относительного движения оптимальная по быстрдействию

3.4.1 Синтез оптимального по быстрдействию алгоритма управления

Для подсистемы (27), (28) нетрудно найти представленный ниже оптимальный по быстрдействию закон обратной связи предполагая, что $|u_{12}| \leq u_{\max}$, см напр. [25]

$$u_{12} = -u_{\max} \operatorname{sign}(\tilde{\chi}_2 - \operatorname{sign}(\tilde{\chi}_1) \sqrt{2u_{\max}|\tilde{\chi}_1|}). \quad (29)$$

Заметим, что в [22] алгоритм управления не представлен в замкнутой форме, а соответствует программному изменению длительности управляющего импульса в зависимости от начальных условий. В замкнутой форме

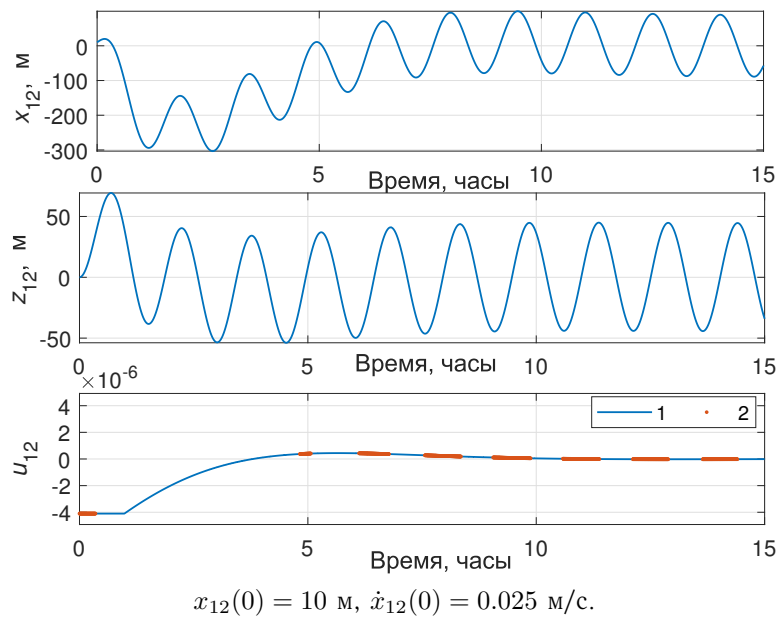


Рис. 13 — Процессы изменения относительных координат x_{12}, z_{12} спутников и дифференциальное управление u_{12} для системы с частичной стабилизацией.

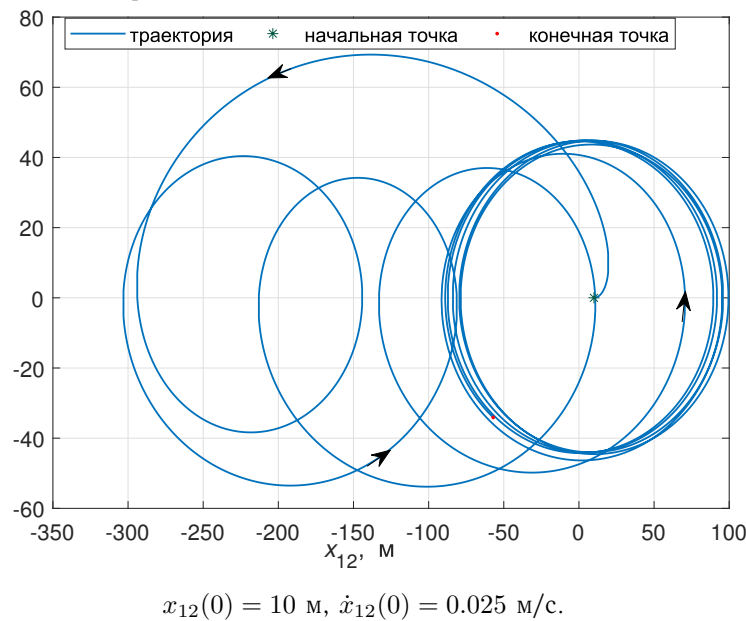


Рис. 14 — Траектории относительного движения спутников для системы с частичной стабилизацией.

этот алгоритм можно записать, аналогично (29), в виде

$$u_{12} = -u_{\max} \text{sign}(\tilde{\chi}_2), \quad (30)$$

что обеспечивает приведение состояния системы не в начало относительных координат по оси X , а только на подпространство, в котором $\tilde{\chi}_2 = 0$. Величина установившегося отклонения $\tilde{\chi}_1$ при таком управлении произвольна (зависит от начальных условий), а само отклонение x_{12} в устано-

вившемся режиме содержит незатухающую гармоническую составляющую (амплитуда которой также зависит от начальных условий).

3.5 Результаты моделирования системы с оптимальным алгоритмом управления

Результаты моделирования системы с оптимальным алгоритмом управления (29) представлены на рисунках 15, 16. Как видно из полученных графиков, оптимальное по быстродействию управления несколько быстрее подавляет скорость рассогласования положения спутников, чем другие рассмотренные алгоритмы, но при этом возбуждаются колебания большей амплитуды и, кроме того, возникает скользящий режим, нежелательный с точки зрения эксплуатации системы.

Заключение

В статье разработаны и исследованы некоторые децентрализованные алгоритмы стабилизации взаимного положения двух спутников, движущихся по околокруговой земной орбите с использованием модального подхода, метода пассивации, управления со скользящим режимом, линейной и оптимальной по быстродействию частичной стабилизации. Исследована робастность систем управления по отношению к параметрам. Получено, что кривая Найквиста линейной части системы не имеет точек пересечения с отрицательной вещественной полуосью. Кроме того, сектор устойчивости Гурвица системы, замкнутой обратной связью с коэффициентом κ имеет вид $\kappa \in (0, \infty)$, поэтому метод гармонического баланса не устанавливает возможность автоколебаний в рассматриваемой системе с насыщением. Поскольку методы абсолютной устойчивости тут напрямую не работают и не дают глобального притяжения к единственному состоянию равновесия, то актуальной является задача численного анализа границ устойчивости в фазовом пространстве. Тем не менее, анализ процессов в системе с насыщением говорит о возможности возникновения автоколебаний. При исследовании алгоритма управления, основанного на методе пассивации получено, что сходимость достигается при меньшем отклонении начальной скорости, чем алгоритмом модального управления. При больших начальных условиях по этому методу развивается потеря устойчивости. Моделированием получено, что скользящий режим не дает преимуществ с точки зрения качества

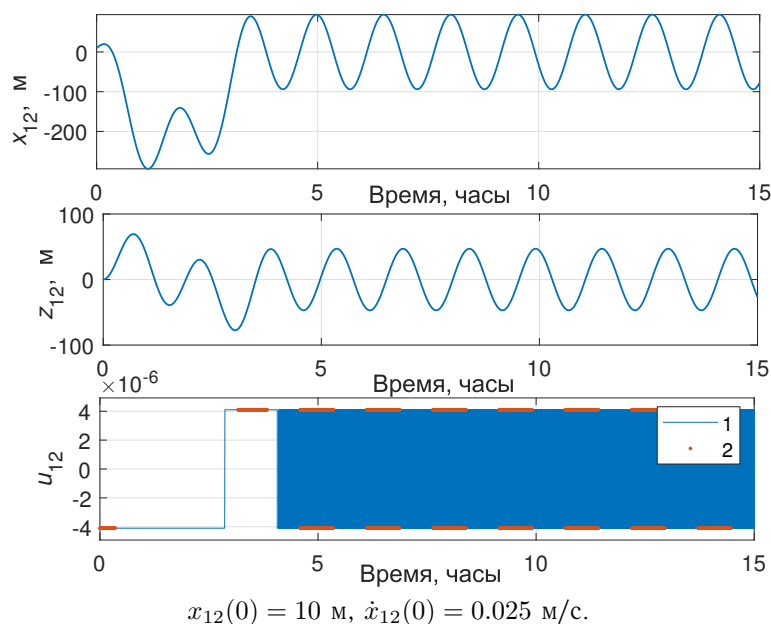


Рис. 15 — Процессы изменения относительных координат x_{12}, z_{12} спутников и дифференциальное управление u_{12} для системы с оптимальным алгоритмом управления.

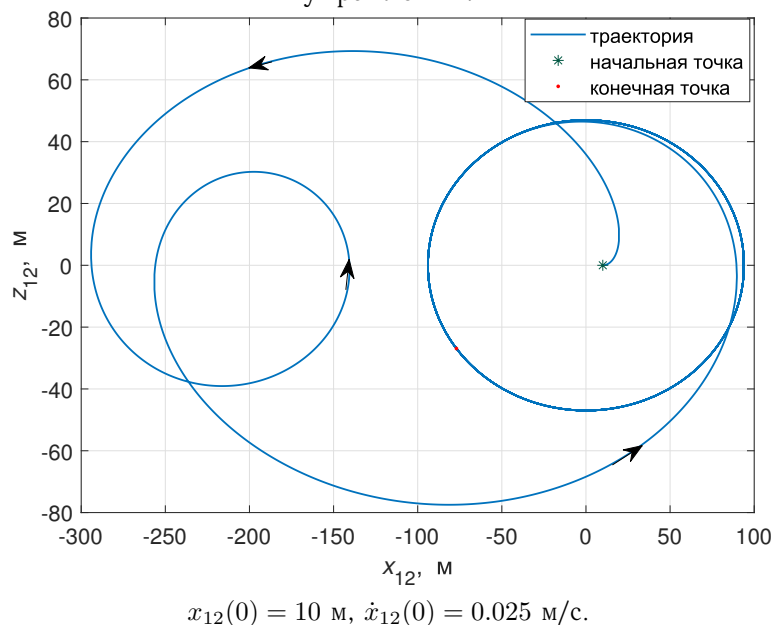


Рис. 16 — Траектории относительного движения спутников для системы с оптимальным алгоритмом управления.

процесса. Это связано с тем, что прежде чем система выйдет на скользящий режим, проходит некоторый переходный процесс, который в данном случае он не отличается сколько-нибудь заметно от процесса с модельным регулятором при насыщении. Расширения области допустимых начальных условий тоже не происходит. Ожидается снижение влияния внешних возмущений при управлении со скользящим режимом. Заметим, что высокоча-

стотное изменение угла атаки, требуемое для скользящих режимов, требуемое для скользящего режима, может оказаться технически невозможным и, кроме того, нежелательным с точки зрения эксплуатации и энергопотребления системы ориентации. Разработано и исследовано два алгоритма (линейный и релейный, оптимальный по быстродействию) частичной стабилизации относительного движения спутников, при которых рассматривается только стабилизацию линейно меняющейся составляющей, вызванной нулевым корнем кратности два собственных чисел модели относительного движения.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FZWF-2020-0015).

Список литературы

- [1] Kumar B., Ng A., Yoshihara K., De Ruiter A. Differential drag as a means of spacecraft formation control // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2011. Vol. 47, no. 2. P. 1125–1135.
- [2] Pérez D., Bevilacqua R. Lyapunov-based Spacecraft Rendezvous Maneuvers using Differential Drag // Proc. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Portland, Oregon. 2011. — 08 – 11 Aug. P. AIAA 2011–6630.
- [3] Varma S., Kumar K. Multiple satellite formation flying using differential aerodynamic drag // J. Spacecraft and Rockets. 2012. Vol. 49, no. 2. P. 325–336.
- [4] Horsley M., Nikolaev S., Pertica A. Small satellite rendezvous using differential lift and drag // J. Guidance Control Dyn. 2013. Vol. 36, no. 2. P. 445–453.
- [5] Kumar K., Misra A., Varma S. et al. Maintenance of satellite formations using environmental forces // Acta Astronautica. 2014. Vol. 102. P. 341–354.
- [6] Dellelce L., Kerschen G. Optimal propellantless rendez-vous using differential drag // Acta Astronaut. 2015. Vol. 109. P. 112–123.

- [7] Ivanov D., Monakhova U., Ovchinnikov M. Nanosatellites swarm deployment using decentralized differential drag-based control with communicational constraints // *Acta Astronautica*. 2019. Vol. 159. P. 646–657.
- [8] Ivanov D., Biktimirov S., Chernov K. et al. Writing with Sunlight: Cube-sat formation control using aerodynamic forces // *Proc. Int. Astronautical Congress, IAC*. Vol. 2019-October. 2019.
- [9] Tang A., Wu X. LEO satellite formation flying via differential atmospheric drag // *Int. Journal of Space Science and Engineering*. 2019. Vol. 5, no. 4. P. 289–320.
- [10] Shouman M., Bando M., Hokamoto S. Output regulation control for satellite formation flying using differential drag // *J. Guidance Control Dyn.* 2019. Vol. 42, no. 10. P. 2220–2232.
- [11] Smith B., Capon C., Brown M. Ionospheric drag for satellite formation control // *J. Guidance Control Dyn.* 2019. Vol. 42, no. 12. P. 2590–2599.
- [12] Traub C., Herdrich G., Fasoulas S. Influence of energy accommodation on a robust spacecraft rendezvous maneuver using differential aerodynamic forces // *CEAS Space Journal*. 2020. Vol. 12, no. 1. P. 43–63.
- [13] Monakhova U., Ivanov D., Roldugin D. Magnetorquers attitude control for differential aerodynamic force application to nanosatellite formation flying construction and maintenance // *Advances in the Astronautical Sciences*. 2020. Vol. 170. P. 385–397.
- [14] Traub C., Romano F., Binder T. et al. On the exploitation of differential aerodynamic lift and drag as a means to control satellite formation flight // *CEAS Space Journal*. 2020. Vol. 12, no. 1. P. 15–32.
- [15] Leonard C. Formationkeeping of Spacecraft via Differential Drag. Master's thesis, Massachusetts Inst. Technol., Cambridge, MA, USA, 1986.
- [16] Hill G. W. Researches in the Lunar Theory // *American J. Mathematics*. 1878. Vol. 1, no. 1. P. 5–26.
- [17] Clohessy W., Wiltshire R. Terminal guidance system for satellite rendezvous // *J. Aerospace Sciences*. 1960. P. 653–658.
- [18] Sedwick R., Miller D., Kong E. Mitigation of Differential Perturbations // *J. Astronautical Sciences*. 1999. Vol. 47, no. 3–4. P. 309–331.

- [19] Болотин С.В., Трещев Д.В. Формула Хилла // Успехи матем. наук. 2010. Т. 65, № 2. С. 3–70.
- [20] Schweighart S., Sedwick R. High-Fidelity Linearized J2 Model for Satellite Formation Flight // J. Guid. Control. Dyn. 2002. Vol. 25, no. 6. P. 1073–1080.
- [21] Schlanbusch R., Kristiansen R., Nicklasson P. Spacecraft formation re-configuration with collision avoidance // Automatica. 2011. Vol. 47, no. 7. P. 1443–1449.
- [22] Монахова У.В., Иванов Д.С. Формирование роя наноспутников с помощью децентрализованного аэродинамического управления с учетом коммуникационных ограничений // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2018. № 151. 32 с. URL: https://keldysh.ru/papers/2018/prep2018_151.pdf.
- [23] Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. М.: Мир, 1977.
- [24] Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л. Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB. Санкт-Петербург: Наука, 1999.
- [25] Павлов А.А. Синтез релейных систем, оптимальных по быстродействию (метод фазового пространства). М.: Наука, 1966.
- [26] Omar S., Bevilacqua R. Guidance, Navigation, and Control Solutions for Spacecraft Re-Entry Point Targeting Using Aerodynamic Drag // Acta Astronautica. 2019. — Feb. Vol. 155. P. 389–405.
- [27] Schweighart S., Sedwick R. Cross-Track Motion of Satellite Formations in the Presence of J2 Disturbances // J. Guid. Control. Dyn. 2005. — Jul.–Aug. Vol. 28, no. 4. P. 824–826.
- [28] Wang D., Wu B., Poh E. K. Satellite Formation Flying Relative Dynamics, Formation Design, Fuel Optimal Maneuvers and Formation Maintenance / Ed. by S. Tzafestas. Springer, 2017. Vol. 87 of Intelligent Systems, Control and Automation: Science and Engineering.
- [29] Аксенов Е.П. Теория движения искусственных спутников Земли. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1977.

- [30] Бордовицына Т.В., Авдюшев В.А. Теория движения искусственных спутников Земли. Аналитические и численные методы: Учеб. пособие. Томск: Том. ун-т, 2007.
- [31] Bevilacqua R., Hall S., J., Romano M. Multiple Spacecraft Assembly Maneuvers by Differential Drag and Low Thrust Engines // *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2010. Vol. 106. P. 69–88.
- [32] Bevilacqua R., Romano M. Rendezvous Maneuvers of Multiple Spacecraft by Differential Drag under J2 Perturbation // *J. Guidance, Control and Dynamics*. 2008. Vol. 31, no. 6. P. 1595–1607.
- [33] Kim D.-Y., Woo B., Park S.-Y., Choi K.-H. Hybrid optimization for multiple-impulse reconfiguration trajectories of satellite formation flying // *Advances in Space Research*. 2009. Vol. 44, no. 11. P. 1257–1269.
- [34] Vaddi S., Alfriend K., Vadali S., Sengupta P. Formation establishment and reconfiguration using impulsive control // *J. Guidance Control Dyn.* 2005. Vol. 28, no. 2. P. 262–268.
- [35] Vaddi S. Modeling and Control of Satellite Formations: Ph.D. thesis / Department of Aerospace Engineering, Texas A&M University. Texas A&M University, 2003.
- [36] Овчинников М.Ю., Ткачев С.С. Определение параметров относительного движения двух спутников с помощью траекторных измерений // *Космические исследования*. 2008. № 6. С. 553–558.
- [37] Ivanov D., Karpenko S., Ovchinnikov M., Sakovich M. Satellite relative motion determination during separation using image processing // *Int. J. Sp. Sci. Eng.* 2014. Vol. 2, no. 4. P. 365–379.
- [38] Fehse W. Automated rendezvous and docking of spacecraft. New York: Cambridge University Press, 2003.
- [39] Persson S., Jacobsson B., Gill E. Prisma – Demonstration mission for advanced rendezvous and formation flying technologies and sensors // *Int. Astronautical Federation – 56th Int. Astronautical Congress 2005*. Vol. 4. 2005. P. 2403–2412.
- [40] Persson S., Bodin P., Gill E. et al. PRISMA – An autonomous formation flying mission // *Europ. Space Agency, (Special Publication) ESA SP*. 2006. Vol. 625 SP.

- [41] Persson S., Veldman S., Bodin P. PRISMA – A formation flying project in implementation phase // *Acta Astronautica*. 2009. Vol. 65, no. 9-10. P. 1360–1374.
- [42] Немировский А.С., Данилович О.С., Маримонт Ю.И., и др. Радиорелейные и спутниковые системы передачи: Учебник для вузов / Под ред. А.С. Немировского. М.: Радио и связь, 1986.
- [43] Генике А.А., Побединский Г.Г. Глобальные спутниковые системы определения местоположения и их применение в геодезии. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Картгеоцентр, 2004.
- [44] Renga A., Grassi M., Tancredi U. Relative navigation in LEO by carrier-phase differential GPS with intersatellite ranging augmentation // *Int. J. Aerosp. Eng.* 2013. Vol. 2013. 11 p.
- [45] Брагин В.О., Вагайцев В.И., Кузнецов Н.В., Леонов Г.А. Алгоритмы поиска скрытых колебаний в нелинейных системах. Проблемы Айзермана и Калмана и цепи Чуа // *Известия РАН. Теория и Системы Управления*. 2011. № 4. С. 3–36.
- [46] Dudkowski D., Jafari S., Kapitaniak T. et al. Hidden attractors in dynamical systems // *Physics Reports*. 2016. Vol. 637. P. 1 – 50. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157316300928>.
- [47] Андриевский Б. Р., Кузнецов Н. В., Кузнецова О. А., Леонов Г. А., Мокаев Т. Н. Локализация скрытых колебаний в системах управления полетом // *Труды СПИИРАН*. 2016. Т. 6, № 49. С. 5–31.
- [48] Андриевский Б.Р., Кузнецов Н.В., Леонов Г.А. Методы подавления нелинейных колебаний в астатических системах автопилотирования летательных аппаратов // *Изв. РАН. Теория и Системы Управления*. 2017. № 3. С. 118 – 134.
- [49] Kuznetsov N. Theory of hidden oscillations and stability of control systems // *J. Computer and Systems Sciences International*. 2020. Vol. 59, no. 5. P. 647–668.
- [50] Фрадков А. Л. Квадратичные функции Ляпунова в задаче адаптивной стабилизации линейного динамического объекта // *Сибирский математический журнал*. 1976. Т. 17, № 2. С. 436–445.

- [51] Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. Адаптивное управление динамическими объектами. М.: Наука, Гл. ред. физ-мат литературы, 1981. С. 448.
- [52] Фрадков А.Л. Адаптивное управление в сложных системах: Беспойсковые методы. М.: Наука, 1990. С. 292. ISBN: 9785020141056.
- [53] Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000.
- [54] Fradkov A. L. Passification of Non-square Linear Systems and Feedback Yakubovich-Kalman-Popov Lemma // Europ. J. of Control. 2003. no. 6. P. 573–582.
- [55] Андриевский Б. Р., Селиванов А. А. Новые результаты по применению метода пассивации. Обзор // АиТ. 2018. № 6. С. 3–48.
- [56] Фрадков А.Л. Синтез адаптивной системы стабилизации линейного динамического объекта // АиТ. 1974. № 12. С. 96–103.
- [57] Andrievsky B.R., Churilov A.N., Fradkov A.L. Feedback Kalman-Yakubovich lemma and its applications to adaptive control // Proc. 35th Conference on Decision and Control (CDC'96). Kobe, Japan: IEEE, 1996. — December. P. 4537–4542.
- [58] Гусев С.В., Лихтарников А.Л. Очерк истории леммы Калмана-Попова-Якубовича и S -процедуры // АиТ. 2006. № 11. С. 77–121.
- [59] Уткин В.И. Скользящие режимы и их применения в системах с переменной структурой. Наука: М., 1974. 272 с.
- [60] Massey T., Shtessel Y. Continuous traditional and high-order sliding modes for satellite formation control // J. Guidance Control Dyn. 2005. Vol. 28, no. 4. P. 826–831.
- [61] Гришин А.А., Ленский А.В., Охоцимский Д.Е., Панин Д.А., Формальский А.М. О синтезе управления неустойчивым объектом. Перевернутый маятник // Известия РАН. Теория и системы управления. 2002. № 5.

Algorithms for aerodynamic control of relative motion two satellites in a near circular orbit

B. Andrievsky (IPME RAS, SPbSU, BSTU)

N. V. Kuznetsov (SPbSU, IPME RAS)

A. M. Popov (BSTU)

Abstract. In the recent years, there has been a growing interest in using aerodynamics drag force to eliminate relative drift between satellites moving in a group. This article is devoted to the development and study of some algorithms for decentralize stabilizing the relative position of two satellites moving in a near-circular Earth orbit. A brief review of approaches and results on methods of controlling a satellite group by changing the aerodynamic drag force is given. Control algorithms based on the modal (pole placement) approach, the passification-based and variable-structure control methods, linear and time-optimal partial stabilization are developed and studied. The robustness of control systems with respect to plant model parameters is examined. The possibility of the appearance of sustained oscillations as a consequence of the control action (the aerodynamic drag) boundedness is demonstrated.

Key words: swarm of nanosatellites, aerodynamic drag, control, relative position, stabilization, modal control, passification, partial stabilization, optimal performance, oscillations, robustness.

Acknowledgements. This study was financially supported by the Ministry of Science and Higher Education of Russian Federation (project No. FZWF-2020-0015).