

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ
УРАВНЕНИЯ
И
ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ

№ 4, 2022

Электронный журнал,
рег. Эл № ФС77-39410 от 15.04.2010
ISSN 1817-2172

<http://diffjournal.spbu.ru/>
e-mail: jodiff@mail.ru

Общая теория управления

**Управление линейными объектами на базе наблюдателей с
гарантией нахождения регулируемой переменной в заданном
множестве**

Нгуен Б.Х.^{1,2,*}, Фуртат И.Б.^{1,**}, Нгуен К.К.^{2,***}

¹ Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург

² Университет ИТМО, Санкт-Петербург

* leningrat206@gmail.com

** cainenash@mail.ru

*** quangcuonghvhq.cd@gmail.com

Аннотация. В статье предложен метод синтеза закона управления линейными объектами с гарантией нахождения регулируемой переменной в заданном множестве при измерении только выходного сигнала объекта. Для восстановления информации о векторе состояния используется наблюдатель Люенбергера. Дополнительно используется специальная замена координат для преобразования исходной задачи с ограничением по выходу к задаче управления по новой переменной без ограничения. Настраиваемые параметры регулятора выбирается из решения линейных матричных неравенств, что расширяет применимость полученного метода на практике. Численное моделирование в среде MATLAB/Simulink проиллюстрировало эффективность работы предлагаемого метода и подтвердило теоретические результаты.

Ключевые слова: Линейные системы, наблюдатель Люенбергера, преобразование координат, заданное множество, ограниченное возмущение, устойчивость, линейные матричные неравенства.

1. Введение

Обеспечение желаемого качества переходных процессов является одной из целей при разработке систем автоматического управления. Например, в задаче модального управления, где собственные числа замкнутой системы задаются корнями нормированного полинома Баттерворта

[1], обеспечивается быстрое действие системы, но исключается возможность уменьшения перерегулирования. Другими примерами служат задачи адаптивного и робастного управления, однако заданное отклонение регулируемого сигнала от эталонного в переходном процессе не всегда удается гарантировать [2, 3].

Для некоторых задач [4-7], где требуется обеспечить ограничение регулируемых сигналов в заданных множествах, приведенные выше подходы не применимы. Для их решения в работах [8-10] предложен метод, на основе которого синтезируются законы управления, обеспечивающие нахождение регулируемых сигналов в заданных множествах. Идея метода [8-10] заключается в использовании специальной замены координат для преобразования исходной задачи с ограничением по выходу к задаче управления без ограничения. В [8-10] используются методы управления с предположением, что полный вектор состояния системы является измеряемым. Однако на практике вектор состояния не всегда измеряем, чаще доступен измерению только выходной сигнал. В данном случае можно применить управление по выходу или управление на базе наблюдателей. При управлении по выходу синтез параметров в законе управления усложняется из-за применения преобразования координат [8]. При использовании наблюдателя состояния задачу синтеза параметров регулятора можно свести к разрешимости линейных матричных неравенств (ЛМН) [11-13].

Настоящая статья посвящена управлению с использованием наблюдателя с гарантией нахождения выходного сигнала в заданном множестве в любой момент времени при ограниченных неизвестных возмущениях. Статья организована следующим образом. В разделе 2 формулируется задача управления. Раздел 3 содержит метод решения и основной результат статьи, где предложен синтез закона управления на базе наблюдателя и техники ЛМН. В разделе 4 приведена иллюстрация полученных результатов путем компьютерного моделирования, демонстрирующая теоретические выводы.

2. Постановка задачи

Рассмотрим линейную систему

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u + \mathbf{D}\mathbf{f}, \\ y &= \mathbf{L}\mathbf{x}, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ – не измеряемый вектор состояния, $u \in \mathbb{R}$ – сигнал управления, $y \in \mathbb{R}$ – измеряемый выходной сигнал, $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^l$ – неизвестное ограниченное возмущение такое, что $|\mathbf{f}(t)| \leq \bar{f}$ для любых $t \geq 0$. Матрицы $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$, $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times l}$ известны. Пара (\mathbf{A}, \mathbf{B}) управляема и пара (\mathbf{A}, \mathbf{L}) наблюдаема.

Требуется синтезировать закон управления, обеспечивающий нахождение регулируемого сигнала $y(t)$ объекта (1) в следующем множестве:

$$\mathcal{Y} = \{y \in \mathbb{R}: \underline{g}(t) < y(t) < \bar{g}(t)\} \text{ для любых } t \geq 0 \tag{2}$$

где $\underline{g}(t)$ и $\bar{g}(t)$ – непрерывные и ограниченные функции вместе с первыми производными по времени. Данные функции выбираются разработчиками исходя из требований к работе системы.

3. Метод решения. Основной результат

Следуя [8], введем следующую замену координат

$$\varepsilon(t) = \Phi(y(t), t), \tag{3}$$

где $\varepsilon(t) \in \mathbb{R}$ – непрерывно-дифференцируемая функция по времени t , $\Phi(y, t) \in \mathbb{R}$ удовлетворяет следующим условиям:

- а) существует обратное отображение $y = \Phi^{-1}(\varepsilon, t)$ для любых $\varepsilon \in \mathbb{R}$ и $t \geq 0$;
- б) $\underline{g}(t) < \Phi^{-1}(\varepsilon, t) < \bar{g}(t)$ для любых $t \geq 0$ и $\varepsilon \in \mathbb{R}$;
- в) $\Phi^{-1}(\varepsilon, t)$ – непрерывно-дифференцируемая функция по ε и t , $\left(\frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial \varepsilon}\right) \neq 0$ для любых ε и $t \geq 0$;
- г) $\frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial t}$ – ограниченная функция для любых ε и $t \geq 0$, $\left|\frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial t}\right| < \gamma, \gamma > 0$ определяется видом замены (3).

Найдем полную производную по времени функции $y(t)$ вдоль траекторий (1) и (3)

$$\dot{y} = \frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial \varepsilon} \dot{\varepsilon} + \frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial t}. \tag{4}$$

Принимая во внимание (1) с учетом $\left(\frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial \varepsilon}\right) \neq 0$, перепишем (4) в виде

$$\dot{\varepsilon} = \left(\frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial \varepsilon}\right)^{-1} \left[\mathbf{L} \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{L} \mathbf{B} u + \mathbf{L} \mathbf{D} \mathbf{f} - \frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial t} \right], \tag{5}$$

Для решения поставленной задачи напомним основной результат из работы [8] для скалярного преобразования (3).

Теорема 1. Пусть для преобразования (3) выполнены условия (а) – (г). Если существует такой закон управления $u(t)$, что решение (5) ограничено, то $y(t) \subset \mathcal{Y}$.

Согласно теореме 1, приведенная выше замена координат позволяет преобразовать задачу управления с ограничением по выходу $y(t)$ к задаче управления без ограничений.

Для оценивания вектора состояния объекта рассмотрим наблюдатель Люенбергера [14]:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B} u + \mathbf{K}_0 (y - \hat{y}), \\ \hat{y} &= \mathbf{L} \hat{\mathbf{x}}, \end{aligned} \tag{6}$$

где $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n$ – вектор оценки состояния объекта (1), \hat{y} – оценка измеряемого выхода y или выходной сигнал наблюдателя. $\mathbf{K}_0 \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ – настраиваемая матрица входа наблюдателя.

Пусть $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n$ – ошибка оценивания вектора состояния, т. е. $\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)$. Вычитая первое уравнение (1) из второго уравнения (6), получим динамику $\tilde{\mathbf{x}}$ в виде

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{K}_0 \mathbf{L}) \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{D} \mathbf{f}. \tag{7}$$

В силу ограничения возмущения $\mathbf{f}(t)$ и наблюдаемости пары (\mathbf{A}, \mathbf{L}) видно, что легко выбрать \mathbf{K}_0 так, чтобы матрица $\mathbf{A} - \mathbf{K}_0 \mathbf{L}$ была гурвицева. Тогда ошибка оценивания $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ будет ограничена. То есть найдется число σ такое, что $|\tilde{\mathbf{x}}(t)| \leq \sigma, \sigma > 0$ для любых $t \geq 0$. Действительно, пусть начальное условие $\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$, следовательно, $\tilde{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{x}(\mathbf{0})$. Тогда решение уравнения (7) определяется как

$$\tilde{\mathbf{x}}(t) = e^{(\mathbf{A}-\mathbf{K}_0\mathbf{L})t}\mathbf{x}(\mathbf{0}) + \int_0^t e^{(\mathbf{A}-\mathbf{K}_0\mathbf{L})(t-\tau)}\mathbf{D}\mathbf{f}(\tau)d\tau, \quad t \geq 0. \quad (8)$$

При этом существуют положительные числа $M > 0$ и $\lambda > 0$ такие, что $|e^{(\mathbf{A}-\mathbf{K}_0\mathbf{L})t}| \leq Me^{-\lambda t}, t \geq 0$ [14], и для (8) справедлива следующая оценка сверху

$$|\tilde{\mathbf{x}}(t)| \leq Me^{-\lambda t}|\mathbf{x}(\mathbf{0})| + \frac{M\|\mathbf{D}\|}{\lambda} \sup_{t \geq 0} |\mathbf{f}(t)| \leq M|\mathbf{x}(\mathbf{0})| + \frac{M\|\mathbf{D}\|}{\lambda} \bar{f}, \quad t \geq 0. \quad (9)$$

Теперь зададим закон управления для объекта (1) в виде

$$\mathbf{u} = -(\mathbf{LB})^{-1}[\mathbf{K}\varepsilon + \mathbf{LA}\hat{\mathbf{x}}], \quad (10)$$

где K – положительное число, $\hat{\mathbf{x}}$ – вектор состояния наблюдателя (6).

Постановив (10) в (5), получим

$$\dot{\varepsilon} = \left(\frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial \varepsilon} \right)^{-1} \left[-K\varepsilon + \mathbf{LA}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{LDf} - \frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial t} \right]. \quad (11)$$

Сформулируем основной результат в виде следующей теоремы.

Теорема 2. Допустим, что для преобразования (3) выполнены условия (а) – (з), $\frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial \varepsilon} > 0$ для любых ε и t . Пусть для заданного числа $c > 0$ существуют положительное число K и положительные коэффициенты $\tau_i, i = 1, \dots, 4$ такие, что выполнены следующие неравенства

$$\begin{bmatrix} -K + \tau_1 & \frac{1}{2}\mathbf{LD} & \frac{1}{2}\mathbf{LA} & -\frac{1}{2} \\ * & -\tau_2\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & -\tau_3\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ * & * & * & -\tau_4 \end{bmatrix} \leq 0, \quad (12)$$

$$-2c\tau_1 + \bar{f}^2\tau_2 + \sigma^2\tau_3 + \gamma^2\tau_4 \leq 0,$$

где “*” – симметричный блок симметричной матрицы, $\mathbf{0}, \mathbf{I}$ – нулевая и единичная матрицы соответствующей размерности. Тогда закон управления (10) обеспечивает выполнение целевого условия (2).

Доказательство. Рассмотрим функцию Ляпунова вида

$$V = \frac{1}{2}\varepsilon^2. \quad (13)$$

Найдем полную производную по времени от (13) вдоль решений (11)

$$\dot{V} = \varepsilon\dot{\varepsilon} = \varepsilon \left(\frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial \varepsilon} \right)^{-1} \left[-K\varepsilon + \mathbf{LA}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{LDf} - \frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial t} \right]. \quad (14)$$

Потребуем выполнение условия

$$\dot{V} \leq 0. \tag{15}$$

при

$$V \geq c, \tag{16}$$

с учетом ограничений

$$|\mathbf{f}(t)| \leq \bar{f}, \quad \left| \frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial t} \right| \leq \gamma, \quad |\tilde{\mathbf{x}}(t)| \leq \sigma. \tag{17}$$

Так как слагаемое $\left(\frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial \varepsilon}\right)^{-1} > 0$ не влияет на знак выражения (14), то перепишем условия (15)–(17) как

$$\begin{aligned} \varepsilon \left[-K\varepsilon + \mathbf{L}\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{L}\mathbf{D}\mathbf{f} - \frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial t} \right] &\leq 0 \quad \forall \left(\varepsilon, \mathbf{f}, \tilde{\mathbf{x}}, \frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial t} \right): \\ \varepsilon^2 > c, \quad \mathbf{f}^T \mathbf{f} &\leq \bar{f}^2, \quad \tilde{\mathbf{x}}^T \tilde{\mathbf{x}} \leq \sigma^2, \quad \left(\frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial t} \right)^2 \leq \gamma^2. \end{aligned} \tag{18}$$

Обозначив $\mathbf{z} = \mathbf{col}\{\varepsilon, \mathbf{f}, \tilde{\mathbf{x}}, \frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial t}\}$, $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{n+l+2}$, перепишем (18) в матричном виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}^T \begin{bmatrix} -K & \frac{1}{2}\mathbf{L}\mathbf{D} & \frac{1}{2}\mathbf{L}\mathbf{A} & -\frac{1}{2} \\ * & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix} \mathbf{z} &\leq 0, \\ \mathbf{z}^T \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 \\ * & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 \\ * & * & \mathbf{0} & 0 \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix} \mathbf{z} &\leq -2c, \quad \mathbf{z}^T \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 \\ * & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix} \mathbf{z} &\leq \bar{f}^2, \\ \mathbf{z}^T \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 \\ * & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 \\ * & * & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix} \mathbf{z} &\leq \sigma^2, \quad \mathbf{z}^T \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 \\ * & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & * & 1 \end{bmatrix} \mathbf{z} &\leq \gamma^2. \end{aligned} \tag{19}$$

Воспользуемся следующим результатом.

Утверждение 1 (S – процедура [11, 13]). Пусть заданы однородные квадратичные формы $f_i(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{A}_i \mathbf{x}$, $i = 0, 1, \dots, m$, в \mathbb{R}^n и числа $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_m \in \mathbb{R}$. Если существуют такие действительные числа $\tau_i \geq 0, i = 1, \dots, m$, что $\mathbf{A}_0 \leq \sum_{i=1}^m \tau_i \mathbf{A}_i$, $\alpha_0 \geq \sum_{i=1}^m \tau_i \alpha_i$, то из $f_i(\mathbf{x}) \leq \alpha_i, i = 1, \dots, m$, следует $f_0(\mathbf{x}) \leq \alpha_0$.

Доказательство утверждения 1 см. в [11].

Согласно S – процедуре, если выполнены неравенства (12), то из выполнения четырех последних неравенств (19) следует выполнение первого неравенства (19), т. о. выполнено условие (18). Тогда функция $\varepsilon(t)$ ограничена для любых t . Сигнал $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ ограничен в силу устойчивости

системы (7), следовательно, управление (10) ограничено и целевое условие (2) выполнено. Теорема 2 доказана.

Замечание 1. Данный результат применим не только для устойчивых систем, но и для неустойчивых. Так как ограниченность $\varepsilon(t)$ не зависит от того, гурвицева матрица \mathbf{A} или нет.

Замечание 2. В данной работе ошибка оценивания вектора состояния $\hat{\mathbf{x}}(t)$ не обязательно должна сходиться к нулю, а необходимо, чтобы она была ограниченной. Из этого следует, что нет необходимости учитывать наличие возмущения при синтезе наблюдателя (6).

4. Численное моделирование

Рассмотрим объект (1) со следующими параметрами:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0,1 & 2 & -3 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{L} = [2 \quad 1 \quad 1],$$

$$f(t) = 0.1 + \sin(3t) + \text{sat}\left(\frac{d(t)}{0,3}\right).$$

где $\text{sat}\{\cdot\}$ – функция насыщения, $d(t)$ – сигнал, моделируемый в MATLAB SIMULINK с помощью блока “Band-Limited White Noise” с мощностью шума и временем выборки 0,1.

Зададим функцию $\Phi^{-1}(\varepsilon, t)$ как

$$\Phi^{-1}(\varepsilon, t) = \frac{\bar{g}(t)e^\varepsilon + \underline{g}(t)}{e^\varepsilon + 1}.$$

Принимая во внимание (3), выразим $\varepsilon(t)$ как

$$\varepsilon(t) = \ln\left(\frac{y(t) - \underline{g}(t)}{\bar{g}(t) - y(t)}\right).$$

Учитывая (10), запишем закон управления в виде

$$u = -(\mathbf{LB})^{-1} \left[K \ln\left(\frac{y - \underline{g}}{\bar{g} - y}\right) + \mathbf{LA} \hat{\mathbf{x}} \right].$$

Так как $\bar{g}(t) > \underline{g}(t)$, то для любых ε и $t \geq 0$ имеем

$$\frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial \varepsilon} = \frac{e^\varepsilon (\bar{g}(t) - \underline{g}(t))}{(e^\varepsilon + 1)^2} > 0,$$

$$\frac{\partial \Phi^{-1}(\varepsilon, t)}{\partial t} = \frac{\dot{\bar{g}}(t)e^\varepsilon + \dot{\underline{g}}(t)}{e^\varepsilon + 1} < \max\{\sup_{t \geq 0} \{\dot{\bar{g}}(t)\}, \sup_{t \geq 0} \{\dot{\underline{g}}(t)\}\} = \gamma.$$

Параметры функции $\Phi^{-1}(\varepsilon, t)$ зададим в виде

$$\bar{g}(t) = \begin{cases} -3\cos(t) + 0,2, & t < 2\pi, \\ \cos(t) + 2,2, & t \geq 2\pi, \end{cases} \quad \underline{g}(t) = \begin{cases} 3\cos(t) - 0,2, & t < 2\pi, \\ \cos(t) + 1,8, & t \geq 2\pi. \end{cases}$$

Видно, что $\gamma = 3$. Зададим собственные числа матрицы $\mathbf{A} - \mathbf{K}_0\mathbf{L}$ через $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = -4$, $\lambda_3 = -100$, найдем $\mathbf{K}_0 = [12,51 \ 56,91 \ 20,07]$. Тогда нетрудно найти $\sigma = 12,96$ при $\mathbf{x}(0) = \text{col}\{\frac{5}{3}, \frac{2}{3}, -1\}$.

Воспользуемся пакетом YALMIP [15] и решателем SEDUMI [16] для решения неравенства (12). Для заданного числа $c = 1000$ найдем $\tau_1 = 2,13, \tau_2 = 8,07, \tau_3 = 8,37, \tau_4 = 8,49$ и $K = 9,47$. Для заданного числа $c = 0,1$ найдем $\tau_1 = 189,72, \tau_2 = 1,83, \tau_3 = 0,53, \tau_4 = 0,56$ и $K = 216,05$.

Результаты моделирования переходных процессов по $y(t)$ и $u(t)$ приведены на рис. 1. На рис. 2. приведена ошибка оценивания вектора состояния $\mathbf{x}(t)$. График возмущения $f(t)$ приведен на рис. 3.

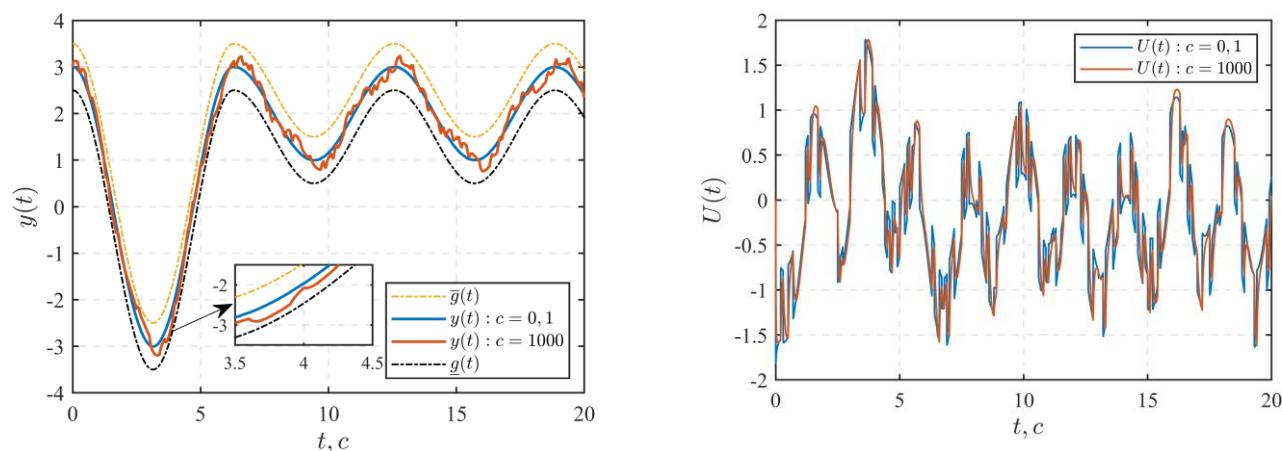


Рис. 1. Переходные процессы по $y(t)$ и $u(t)$ при $c = 1000$ и $c = 0,1$ в замкнутой системе.

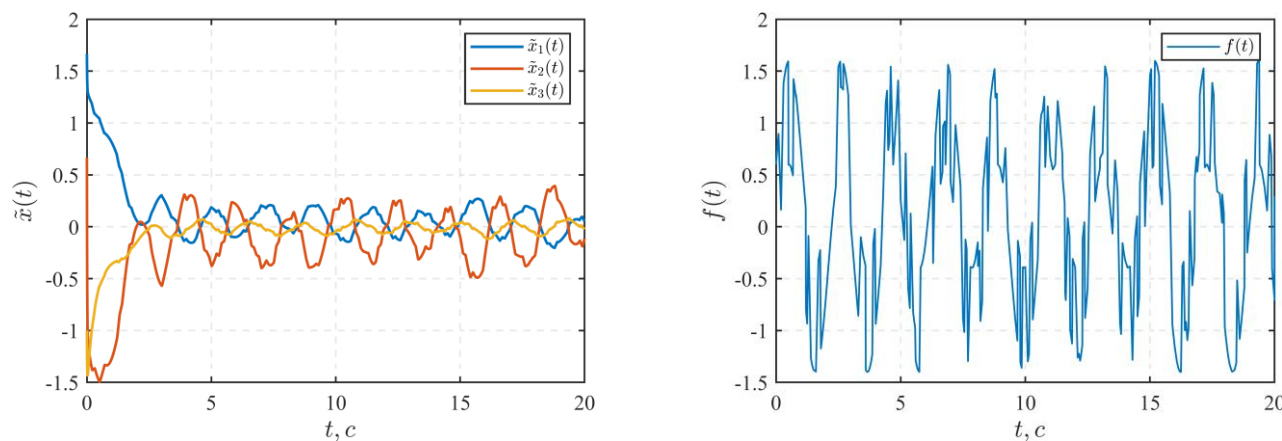


Рис. 2. Ошибка оценивания вектора состояния $\mathbf{x}(t)$.

Рис. 3. Переходный процесс по $f(t)$

Из рис. 1 (слева) видно, что нет такого момента времени, когда регулируемый сигнал покидает заданное множество, что удовлетворяет требованию поставленной задачи. Также видно, что чем меньше значение c , тем лучше закон управления подавляет влияние возмущения. Это объясняется тем, что траектория $\varepsilon(t)$ не покидает интервал $[-\sqrt{2c}; \sqrt{2c}]$ (см. доказательство теоремы 1). Причем, уменьшением параметра c , уменьшается длина отрезка $[-\sqrt{2c}; \sqrt{2c}]$, а значит, лучше подавляются колебания в области $x(t)$ (см. рис. 1 (слева)). Из рис.1 (справа) видно, что для стабилизации системы в заданном множестве не требуется большого значения управляющего

сигнала, оно сопоставимо со значением возмущения. Из рис. 2, видно, что ошибка оценивания вектора состояния $\mathbf{x}(t)$ не сходится к нулю, наличие колебания по оценке состояния обусловлено влиянием возмущения в системе.

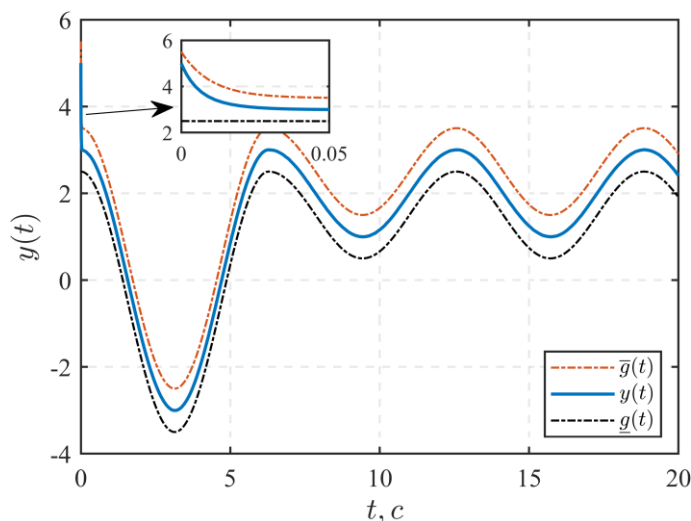


Рис. 4. Переходный процесс по $y(t)$ при $\mathbf{x}(0) = \mathbf{col}\{2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$.

Замечание 3. Если $y(0)$ не принадлежит заданному множеству, то разработанный метод не применим, поскольку из преобразования (3) сигнал $y(t)$ должен быть определен внутри заданного множества. Данный недостаток можно устранить путем добавления к ограничивающим функциям аддитивной быстрой экспоненциально затухающей функции так, чтобы новые ограничения охватывали начальные условия. На рис. 4 показан переходной процесс по $y(t)$ при $\mathbf{x}(0) = \mathbf{col}\{2, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$, т. е. $y(0) = 5$ не принадлежит исходному множеству \mathcal{Y} . При этом к функции $\bar{g}(t)$ добавлена составляющая $\bar{g}_0(t) = 2e^{-100t}$, чтобы начальное условие $y(0)$ было ограничено сверху новой функцией ограничения $\bar{g}(t)$ (красная штрихпунктирная линия).

5. Заключение

В данной работе предложен новый метод синтеза закона управления с использованием наблюдателя для линейных систем с гарантией нахождения выходного сигнала в заданном множестве. Разработанный метод применяется в условиях неизвестных ограниченных возмущений. При построении наблюдателя нет необходимости учитывать наличие возмущений, что упрощает синтез системы управления по сравнению с классическими схемами управления, построенных на базе наблюдателей. Результаты моделирования проиллюстрировали эффективность предложенного метода и подтвердили теоретические выводы.

Благодарности

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда № 18-79-10104-П в ИПМаш РАН, <https://rscf.ru/project/18-79-10104/>.

Литература

- [1] В.В. Григорьев, Н.В. Журавлева, Г.В. Лукьянова, К.А. Сергеев. Синтез систем методом модального управления. СПб.: СПб ГУ ИТМО, 2007. 108 с.
- [2] Tomashevich, S.I., Andrievsky, B.R. Full control of a quadrotor with simple adaptive control, *Differencialnie Uravnenia i Protsesy Upravlenia*, No. 3, 2020, 41-58.
- [3] Srivastava M., Agrawal .S, Das .S. Adaptive anti-synchronization different hyperchaotic systems with uncertain parameters, *Differencialnie Uravnenia i Protsesy Upravlenia*, No. 4, 2012, 92-110.
- [4] Furtat I., Nekhoroshikh A., Gushchin P. Synchronization of multi-machine power systems under disturbances and measurement errors // *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*. 2022. DOI: 10.1002/acs.3372.
- [5] Павлов Г.М., Меркурьев Г.В. Автоматика энергосистем. СПб.: Издание Центра подготовки кадров РАО “ЕЭС России”, 2001. 388 с.
- [6] Веревкин А.П., Кирюшин О.В. Управление системой поддержания пластового давления с использованием моделей конечно-автоматного вида // *Территория Нефтегаз* 2008, № 10. С. 14–19.
- [7] Бухтияуи К., Григорьев Л.И., Лаауад Ф., Хелласи А. Оптимальное нечеткое управление для снижения энергопотребления в дистилляционных колоннах // *Автоматика и телемеханика*. 2005. № 2. С. 36–45
- [8] Фуртат И.Б., Гущин П.А. Управление динамическими объектами с гарантией нахождения регулируемого сигнала в заданном множестве // *Автоматика и телемеханика*. 2021. № 4. С. 121–139.
- [9] Furtat I., Gushchin P. Nonlinear feedback control providing plant output in given set // *International Journal of Control*. 2021. <https://doi.org/10.1080/00207179.2020.1861336>
- [10] Furtat I., Gushchin P. Control of Dynamical Systems with Given Restrictions on Output Signal with Application to Linear Systems // *IFAC-PapersOnLine*. 2020. Vol. 53, no. 2. P. 6384-6389.
- [11] Polyak B.T Convexity of quadratic transformations and its use in control and optimization // *J. Optim. Theory Appl.* 1998. V 99. P.553-583
- [12] Нгуен Б.Х., Фуртат И.Б. Управление многоканальными линейными объектами с гарантией нахождения регулируемых переменных в заданных множествах // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2022. Т. 22, № 2. С. 232–238. doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-2-232-238
- [13] Поляк Б. Т., Хлебников М. В., Щербаков П. С. Управление линейными системами при внешних возмущениях: техника линейных матричных неравенств М.: Ленанд, 2014, 560 с.
- [14] Davis J.H. Luenberger Observers. In: *Foundations of Deterministic and Stochastic Control. Systems & Control: Foundations & Applications*. Birkhäuser, Boston, MA. 2002. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-0071-0_8
- [15] Lofberg J. YALMIP: a toolbox for modeling and optimization in MATLAB // *2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation (IEEE Cat. No.04CH37508)*. 2004. P. 284-289, doi: 10.1109/CACSD.2004.1393890.
- [16] Sturm JF. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones // *Optimization methods and software*. 1999, Vol. 11. P. 625–653.

Observer-based control of linear plants with the guarantee for the controlled signal to stay in a given set

Nguyen B.H.^{1,2,*}, Furtat I.B.^{1,**}, Nguyen Q.C.^{2,***}

¹ Institute for Problems of Mechanical Engineering (RAS), Saint Petersburg, 199178, Russian Federation,

² ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

* leningrat206@gmail.com

** cainenash@mail.ru

*** quangcuonghvhq.cd@gmail.com

Abstract. The article proposes a method for synthesizing the control of linear plants with a guarantee of finding the controlled variable in a given set under the condition that only the system output is measurable. In the work, the output control is not used because of its complexity of synthesis, but the observer-based control using the Luenberger observer is used. The control algorithm is based on a special change of coordinates in order to transfer the original problem with a constraint on the output to the problem of control by an auxiliary variable without constraints. The adjustable parameter of the controller is selected from the solution of linear matrix inequalities, which expands the applicability of the obtained method in practice. Numerical simulation in MATLAB/Simulink illustrated the effectiveness of the proposed method and show the presence of controlled signals in the given set and the boundness of all signals in the control system.

Keywords: linear systems, Luenberger observer, coordinate transformation, given set, unknown bounded disturbance, stability, linear matrix inequalities.

Acknowledgements. The results were obtained under support of the Russian Science Foundation Grant No. 18-79-10104-П at IPME RAS, <https://rscf.ru/en/project/18-79-10104/>.