ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ
УРАВНЕНИЯ
И
ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ
N. 2, 2024
Электронный журнал,
рег. Эл № ФС77-39410 от 15.04.2010
ISSN 1817-2172

http://diffjournal.spbu.ru/
e-mail: jodiff@mail.ru

Общая теория управления

Декомпозиционный метод модального синтеза при управлении MIMO-системой с обратной связью по производным состояния

Зубов Н. Е[1,*], Рябченко В. Н.[1,**], Лапин А. В.[1,***]

[1] Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

e-mail:

[*] Nik.Zubov@gmail.com
[**] RyabchenkoVN@yandex.ru
[***] AlexeyPoeme@yandex.ru

Аннотация. Разработан метод размещения полюсов в детерминированной линейной динамической MIMO-системе при управлении с обратной связью по производным состояния. В основе метода лежит оригинальная декомпозиция исходной системы с помощью матричных делителей нуля. Метод универсален для непрерывного и дискретного случаев описания MIMO-системы, не имеет ограничений по размерностям векторов состояния и входа MIMO-системы, алгебраической и геометрической кратности задаваемых полюсов, предоставляет возможность аналитического синтеза регуляторов.

Ключевые слова: модальное управление по производным состояния, декомпозиционный метод, размещение полюсов, устойчивость системы, размещение полюсов, непрерывные и дискретные системы.

1. Введение и постановка задачи

Пусть задана детерминированная линейная динамическая MIMO-система (Multi Inputs Multi Outputs System)

$$\mathcal{D}\{\mathbf{x}(t)\} = \boldsymbol{A}\mathbf{x}(t) + \boldsymbol{B}\mathbf{u}(t), \qquad (1)$$

где $\mathfrak{D}\{\mathbf{x}(t)\} \overset{\text{def}}{=} \dot{\mathbf{x}}(t)$ – для непрерывного и $\mathfrak{D}\{\mathbf{x}(t)\} \overset{\text{def}}{=} \mathbf{x}(t+1)$ – для дискретного случая описания MIMO-системы; $\mathbf{x}(t)$ – n-мерный вектор состояния, $\mathbf{u}(t)$ – r-мерный вектор управления.

В качестве закона управления рассматривается обратная связь по производным вектора состояния MIMO-системы [1–4]

$$\mathbf{u}(t) = -\boldsymbol{K}\mathfrak{D}\{\mathbf{x}(t)\}. \tag{2}$$

В результате замыкания обратной связью (2) MIMO-система (1) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} &\mathfrak{D}\{\mathbf{x}(t)\} = \boldsymbol{A}\mathbf{x}(t) - \boldsymbol{BK}\mathfrak{D}\{\mathbf{x}(t)\}, \\ &(\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{BK})\mathfrak{D}\{\mathbf{x}(t)\} = \boldsymbol{A}\mathbf{x}(t). \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь $\boldsymbol{I}_n$ – единичная матрица порядка n.

В дальнейшем считается, что матрица в левой части уравнения (3) $(\mathrm{I_n} + \mathrm{BK})$ невырождена (т.е. (3) не относится к классу дескрипторных систем [5, 6]). Тогда вместо (3) можно записать MIMO-систему

$$\mathfrak{D}\{\mathbf{x}(t)\} = (\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{BK})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{A}\mathbf{x}(t). \tag{4}$$

Требуется найти такую матрицу K, чтобы замкнутая MIMO-система (4) была асимптотически устойчивой, точнее, гурвицевой в непрерывном, и шуровской – в дискретном случае [7], при этом ее движение обязательно бы имело заданный спектр [2–4]. Под спектром системы (4) понимается множество собственных значений (полюсов) матрицы

$$(\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{BK})^{-\mathbf{1}}, \tag{5}$$

т.е.

$$eig((\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{BK})^{-1}\boldsymbol{A}) = \{\lambda_i : det(\lambda_i \boldsymbol{I}_n - (\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{BK})^{-1}\boldsymbol{A}) = 0; i = 1, \dots, n\}. \tag{6}$$

2. Решение для непрерывной MIMO-системы

Рассмотрим сначала случай непрерывной MIMO-системы, когда $\mathfrak{D}\{\mathbf{x}(t)\} = \dot{\mathbf{x}}(t)$. В предположении, что матрица $(\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{BK})$ является невырожденной требуется найти матрицу $\boldsymbol{K}$ в (2), обеспечивающую замкнутой MIMO-системе (4), которая в данном случае принимает вид

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{BK})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{A}\mathbf{x}(t),$$

асимптотическую устойчивость и заданный спектр (6).

Из (4) вытекает необходимое условие решения данной задачи в непрерывном случае.

Теорема 1. *Для того чтобы непрерывная MIMO-система* (1) *после замыкания обратной связью* (2) *имела гурвицеву матрицу* $(\mathrm{I_n} + \mathrm{BK})^{-1}\mathrm{A}$ *необходима невырожденность матрицы* A *или эквивалентно – отсутствие у этой матрицы нулевых собственных значений.*

Действительно, если матрица A вырождена, то в силу теоремы Кронеккера – Капелли [7] никакая матрица $(\mathrm{I_n} + \mathrm{BK})$ не может обеспечить невырожденность произведения матриц (5) (эквивалентно – отсутствие нулевых собственных значений в (5)) и, следовательно, асимптотической устойчивости замкнутой системы.

Теорема 2. *Для того чтобы непрерывная MIMO-система* (1) *после замыкания обратной связью* (2) *имела гурвицеву матрицу* $(\mathrm{I_n} + \mathrm{BK})^{-1}\mathrm{A}$ *необходима полная управляемость пары матриц*

$$(\boldsymbol{A}^{-1},\quad \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}) \tag{7}$$

или – более строго – полная управляемость пары матриц

$$(\boldsymbol{A},\quad \boldsymbol{AB}). \tag{8}$$

Заметим, что из полной управляемости пары (8) следует полная управляемость пары (7), но не наоборот.

Действительно, если выполняется условие полной управляемости пары матриц (8), например, с использованием критерия управляемости Калмана

$$rank\ [\boldsymbol{AB}\quad \boldsymbol{A}^2\boldsymbol{B}\quad \dots\quad \boldsymbol{A}^n\boldsymbol{B}] = n,$$

то «автоматически» при невырожденной матрице A выполняются и другие (эквивалентные) условия полной управляемости пары (7), а именно,

$$rank\ [\boldsymbol{B}\quad \boldsymbol{AB}\quad \dots\quad \boldsymbol{A}^{n-1}\boldsymbol{B}] = n,$$

$$rank\ [\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}\quad \boldsymbol{A}^{-2}\boldsymbol{B}\quad \dots\quad \boldsymbol{A}^{-n-2}\boldsymbol{B}] = n.$$

Эти условия можно получить различными способами, например, следующим образом.

Ясно, что если обеспечено множество собственных значений (6) и матрица A невырождена, то имеет место равенство

$$eig\big(\boldsymbol{A}^{-1}(\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{BK})\big) = \left\{\lambda_i^{-1}: det\left(\lambda_i^{-1}\boldsymbol{I}_n - \boldsymbol{A}^{-1}(\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{BK})\right) = 0; i = 1, \dots, n\right\}.. \tag{9}$$

Таким образом, имеет место вспомогательная задача размещения собственных значений у инверсной MIMO-системы

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \boldsymbol{A}^{-1}(\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{BK})\mathbf{z}(t), \tag{10}$$

или в эквивалентном виде

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \boldsymbol{A}^{-1}\mathbf{z}(t) + \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}\mathbf{v}(t),\quad \mathbf{v}(t) = \boldsymbol{K}\mathbf{z}(t). \tag{11}$$

Очевидно, что для полной управляемости инверсной MIMO-системы в форме (10) или (11) необходимо и достаточно полной управляемости пары матриц (7), или более строго – пары матриц (8).

Отметим следующее: если для MIMO-системы (1) закон управления (2) имеет вид отрицательной обратной связи по производным вектора состояния, то для инверсной системы этот закон преобразуется в положительную обратную связь по вектору состояния (см. уравнение (11)). Однако, этот закон «виртуален», носит вспомогательный характер, и поэтому задача его физической реализации не ставится и, соответственно, не решается.

Итак, если найти решение задачи размещения собственных значений (9) у инверсной MIMO-системы (10), (11), то автоматически будет решена задача размещения собственных значений (6) у MIMO-системы (4) в непрерывном случае ее представления.

Осталось применить разработанный метод размещения полюсов [8–10] для собственных значений (9) и MIMO-системы с парой матриц (7).

Пусть X – некоторая произвольная матрица, X^{+} – псевдообратная матрица, $X^{\perp}$ – левый матричный делитель нуля, которые совместно удовлетворяют условиям регулярности и симметричности [11]:

$$\boldsymbol{X}\boldsymbol{X}^{+}\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X},\ \boldsymbol{X}^{+}\boldsymbol{X}\boldsymbol{X}^{+}=\boldsymbol{X}^{+},\ \boldsymbol{X}\boldsymbol{X}^{+}=(\boldsymbol{X}\boldsymbol{X}^{+})^{\top},\ \boldsymbol{X}^{+}\boldsymbol{X}=(\boldsymbol{X}^{+}\boldsymbol{X})^{\top},$$

$$\boldsymbol{X}^{\perp}\boldsymbol{X}=\boldsymbol{0},\ \boldsymbol{X}^{\perp}\boldsymbol{X}^{\perp+}=\boldsymbol{I}.$$

Введем в рассмотрение следующую многоуровневую декомпозицию MIMO-системы (11):
нулевой уровень декомпозиции

$$\boldsymbol{A}_{*0}=\boldsymbol{A}^{-1},\quad \boldsymbol{B}_{*0}=\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}; \tag{12}$$

первый уровень декомпозиции

$$\boldsymbol{A}_{*1}=\boldsymbol{B}_{*0}^{\perp}\boldsymbol{A}_{*0}\boldsymbol{B}_{*0}^{\perp+},\quad \boldsymbol{B}_{*1}=\boldsymbol{B}_{*0}^{\perp}\boldsymbol{A}_{*0}\boldsymbol{B}_{*0};\ldots \tag{13}$$

k–й (промежуточный) уровень декомпозиции

$$\boldsymbol{A}_{*L}=\boldsymbol{B}_{*L-1}^{\perp}\boldsymbol{A}_{*L-1}\boldsymbol{B}_{*L-1}^{\perp+},\quad \boldsymbol{B}_{*L}=\boldsymbol{B}_{*L-1}^{\perp}\boldsymbol{A}_{*L-1}\boldsymbol{B}_{*L-1}, \tag{14}$$

L–й (конечный) уровень декомпозиции

$$\boldsymbol{A}_{*L}=\boldsymbol{B}_{*L-1}^{\perp}\boldsymbol{A}_{*L-1}\boldsymbol{B}_{*L-1}^{\perp+},\quad \boldsymbol{B}_{*L}=\boldsymbol{B}_{*L-1}^{\perp}\boldsymbol{A}_{*L-1}\boldsymbol{B}_{*L-1}, \tag{15}$$

где $\mathrm{L}=\mathrm{ceil}\left(\frac{\mathrm{n}}{\mathrm{r}}\right)-1$ ($\mathrm{ceil}(*)$ – операция округления числа в сторону большего значения).

Для каждого из уровней приведенной многоуровневой декомпозиции (12) – (15) рассмотрим также матрицы

$$\boldsymbol{K}_{*0}=\mathbf{S}_0(\boldsymbol{B}_{*0}^{+}-\boldsymbol{K}_{*1}\boldsymbol{B}_{*0}^{\perp})-(\boldsymbol{B}_{*0}^{+}-\boldsymbol{K}_{*1}\boldsymbol{B}_{*0}^{\perp})\boldsymbol{A}_{*1}; \tag{16}$$

$$\boldsymbol{K}_{*1}=\mathbf{S}_1(\boldsymbol{B}_{*1}^{+}-\boldsymbol{K}_{*2}\boldsymbol{B}_{*1}^{\perp})-(\boldsymbol{B}_{*1}^{+}-\boldsymbol{K}_{*2}\boldsymbol{B}_{*1}^{\perp})\boldsymbol{A}_{*2} \tag{17}$$

$$\boldsymbol{K}_{*k}=\mathbf{S}_k(\boldsymbol{B}_{*k}^{+}-\boldsymbol{K}_{*k+1}\boldsymbol{B}_{*k}^{\perp})-(\boldsymbol{B}_{*k}^{+}-\boldsymbol{K}_{*k+1}\boldsymbol{B}_{*k}^{\perp})\boldsymbol{A}_{*k} \tag{18}$$

$$\boldsymbol{K}_{*L}=\mathbf{S}_L\boldsymbol{B}_{*L}^{+}-\boldsymbol{B}_{*L}^{+}\boldsymbol{A}_{*L}. \tag{19}$$

По аналогии с [8–10] нетрудно доказать, что в данном случае выполняется следующее тождество для собственных значений:

$$eig(\boldsymbol{A}_{*0} + \boldsymbol{B}_{*0}\boldsymbol{K}_{*0}) = (\cup_{k=0}^{L} eig(\mathbf{S}_k)). \tag{20}$$

Таким образом, полагая $K = K_{*0}$ и в силу доказанных ранее положений, будем иметь тождество

$$eig((\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{BK})^{-1}\boldsymbol{A}) = \left(\bigcup_{k=0}^{L} eig(\mathbf{S}_k^{-1})\right) = \{s_k^{-1}\} = \{\lambda_k\} \tag{21}$$

Это и требовалось получить.

3. Решение для дискретной MIMO-системы

Ясно, что рассмотренный в предыдущем разделе подход справедлив и для случая дискретной MIMO-системы, когда $\mathfrak{D}\{x(t)\} = x(t+1)$. При этом собственные значения (6) следует задавать таким образом, чтобы они лежали внутри единичного круга (но не в нуле), а у MIMO-системы (10), соответственно, вне этого круга, т.е.

$$eig((\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{BK})^{-1}\boldsymbol{A}) = \{\lambda_i : 0 < |\lambda_i| < 1\},$$

при этом

$$eig\left(\boldsymbol{A}^{-1}(\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{BK})\right) = \left\{\lambda_i^{-1} : \left|\lambda_i^{-1}\right| > 1\right\}.$$

В остальном какие-либо отличия в решении задачи отсутствуют.

Остается неисследованным случай, при котором отдельные или все собственные значения замкнутой системы принимают нулевые значения (эквивалентная трактовка связана со снижением ранга матрицы замкнутой MIMO-системы $(I_n + BK)^{-1}A$). Ясно, что напрямую воспользоваться изложенным выше подходом нельзя в силу сделанного постулирования обратимости матриц A и $(I_n + BK)^{-1}A$.

С другой стороны, из теории матриц хорошо известно [7], что нельзя никакой обратимой матрицей понизить ранг ее сомножителя. Например, если матрица A имеет ранг $\mathrm{rank}\, A = m \le n$, то никакой матрицей $(I_n + BK)^{-1}$ нельзя уменьшить этот ранг. Другими словами, нельзя «приписать» матрице замкнутой системы $(I_n + BK)^{-1}A$ большее количество нулевых собственных значений, нежели то, что присутствует в исходном множестве собственных значений матрицы A.

Следовательно, для системы (3) существует лишь один вариант увеличения числа нулевых собственных значений – преобразование к дескрипторной форме

$$(\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{BK})\mathfrak{D}\{\mathbf{x}(t)\} = \boldsymbol{A}\mathbf{x}(t), \tag{22}$$

где матрица $(I_n + BK)$ вырождена, т.е. матрица K выбрана таким образом, что частично или полностью обеспечивает ненулевые (конечные) собственные значения у дескрипторной MIMO-системы (22). Данная задача является самостоятельной и выходит за рамки настоящей работы.

4. Пример синтеза

Рассмотрим применение предложенного подхода в примере, носящем практический характер и соответствующем орбитальной стабилизации космического аппарата (КА) во взаимосвязанных каналах «крен – рысканье». В этом случае модель движения КА как MIMO-системы имеет следующие матрицы, входящие в систему (1):

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{42} & a_{43} & 0 \end{bmatrix}, \tag{23}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_x} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_y} \end{bmatrix}. \tag{24}$$

Предположим, что заданное множество собственных значений замкнутой системы имеет вид

$$eig((\boldsymbol{I}_n + \boldsymbol{BK})^{-1}\boldsymbol{A}) = \{\lambda_{01}, \quad \lambda_{02}, \quad \lambda_{11}, \quad \lambda_{12}\} \triangleq \{s_{01}^{-1}, \quad s_{02}^{-1}, \quad s_{11}^{-1}, \quad s_{12}^{-1}\}. \tag{25}$$

Найдем матрицу К в законе управления (2), обеспечивающего замкнутой системе множество (25) (и соответствующее множество для инверсной системы (10)).

Вычислим первоначально матрицы для модели (12). Они примут вид

:

$$\boldsymbol{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{42} & a_{43} & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{a_{21}} & -\frac{a_{24}}{a_{21}} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{a_{42}}{a_{21}} & 0 & 0 & \frac{1}{a_{21}} \\ 0 & a_{42} & 1 & 0 \end{bmatrix}, \tag{26}$$

$$\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{42} & a_{43} & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_x} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_{21}J_x} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_{43}J_y} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{27}$$

Размерность пространства состояний инверсной системы в данном случае кратна количеству входов и превосходит последние в два раза, поэтому для рассматриваемой MIMO-системы требуется описать лишь нулевой и первый уровни декомпозиции.

Нулевой уровень здесь имеет вид

$$\boldsymbol{A}_{*0} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{a_{21}} & -\frac{a_{24}}{a_{21}} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{a_{42}}{a_{21}} & 0 & 0 & \frac{1}{a_{21}} \\ 0 & a_{42} & 1 & 0 \end{bmatrix}, \tag{28}$$

$$\boldsymbol{B}_{*0} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_{21}J_x} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_{43}J_y} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{29}$$

Производя далее соответствующие вычисления, последовательно получим сначала делитель нуля

$$\boldsymbol{B}_{*0}^{\perp} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{30}$$

и псевдообратные матрицы

$$\boldsymbol{B}_{*0}^{\perp +} = \boldsymbol{B}_{*0}^{\perp \mathrm{T}}, \boldsymbol{B}_{*0}^{+} = \begin{bmatrix} a_{21}J_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{43}J_y & 0 \end{bmatrix}, \tag{31}$$

затем *первый уровень* декомпозиции

$$\boldsymbol{A}_{*1} = \boldsymbol{B}_{*0}^{\perp}\boldsymbol{A}_{*0}\boldsymbol{B}_{*0}^{\perp \mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{32}$$

$$\boldsymbol{B}_{*1} = \boldsymbol{B}_{*0}^{\perp}\boldsymbol{A}_{*0}\boldsymbol{B}_{*0} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_{21}J_x} & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_{43}J_y} \end{bmatrix}, \tag{33}$$

и, наконец, матрицы регуляторов

$$K_{*1} = \begin{bmatrix} a_{21}J_x s_{11} & 0 \\ 0 & a_{43}J_y s_{12} \end{bmatrix},$$

$$K_{*0} = \begin{bmatrix} a_{21}J_x(s_{01} + s_{11}) & -J_x(a_{21}s_{01}s_{11} + 1) & J_x a_{24} & 0 \\ J_y a_{42} & 0 & a_{43}J_y(s_{02} + s_{12}) & J_y(a_{43}s_{02}s_{12} + 1) \end{bmatrix}$$

или в другом виде

$$\boldsymbol{K}_{*1} = \begin{bmatrix} a_{21}J_x\lambda_{11}^{-1} & 0 \\ 0 & a_{43}J_y\lambda_{12}^{-1} \end{bmatrix}, \tag{34}$$

$$\boldsymbol{K}_{*0} = \boldsymbol{K} =$$

$$\begin{bmatrix} a_{21}J_x(\lambda_{01}^{-1} + \lambda_{11}^{-1}) & -J_x(a_{21}\lambda_{01}^{-1}\lambda_{11}^{-1} + 1) & J_x a_{24} & 0 \\ J_y a_{42} & 0 & a_{43}J_y(\lambda_{02}^{-1} + \lambda_{12}^{-1}) & -J_y(a_{43}\lambda_{02}^{-1}\lambda_{12}^{-1} + 1) \end{bmatrix}. \tag{35}$$

Непосредственной подстановкой можно убедиться в правильности найденного решения.

Как видно, данный синтез никак не отягощается различными условиями по кратности задаваемых полюсов. Так, если в формуле (35) положить все полюса равными друг другу, например, λ, то в результате получим регулятор

$$K = \begin{bmatrix} \dfrac{2a_{21}J_x}{\lambda} & -J_x\left(\dfrac{a_{21}}{\lambda^2}+1\right) & J_x a_{24} & 0 \\ J_y a_{42} & 0 & \dfrac{2a_{43}J_y}{\lambda} & -J_y\left(\dfrac{a_{43}}{\lambda^2}+1\right) \end{bmatrix},$$

обеспечивающий заданное требование $\mathrm{eig}((\mathrm{I_n} + \mathrm{BK})^{-1}\mathrm{A}) = \{\lambda, \lambda, \lambda, \lambda\}$, т.е. множество собственных значений с кратностью 4.

5. Заключение

В статье представлен разработанный метод размещения полюсов в детерминированной линейной динамической MIMO-системе с управлением в виде обратной связи, осуществляемой по производным вектора состояния. В основе метода лежит оригинальная многоуровневая декомпозиция исходной MIMO-системы с помощью орматричных делителей нуля. Метод универсален для непрерывного и дискретного случаев описания MIMO-системы, не имеет ограничений по размерностям векторов состояния и входа MIMO-системы, алгебраической и геометрической кратности задаваемых полюсов, предоставляет возможность аналитического синтеза регуляторов.

Список литературы

[1] Ogata K. Modern Control Engineering. Prentice-Hall. New Jersey. 2002.

[2] Abdelaziz T.H.S., Valasek M. Eigenstructure assignment by state-derivative and partial output-derivative feedback for linear time-invariant control systems // Acta Polytechnica. 2004. No. 4. P. 54–60.

[3] Abdelaziz T.H.S., Valasek M. A direct algorithm for pole placement by state-derivative feedback for multi input linear systems – non singular case // Kybernetika. 2005. V. 41. No. 5. P. 637–660.

[4] Abdelaziz T.H.S. Parametric eigenstructure assignment using state-derivative feedback for linear systems // J. Vibration and Contr. 2012. No. 18. P. 1809–1827.

[5] Dai L. Singular Control Systems. Lecture notes in control and information sciences. Spring-Verlag, Berlin. 1989.

[6] Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Ленточные критерии и рекурсивные тесты полной управляемости и наблюдаемости линейных алгебро-дифференциальных систем // АиТ. 2008. № 9. С. 44–61.

[7] Bernstein D.S. Matrix mathematics. Princeton Univ. Press. 2009.

[8] Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Размещение полюсов в больших динамических системах с многими входами и выходами // ДАН. 2011. Т. 439. № 4. С. 464–466.

[9] Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Размещение полюсов при управлении большой энергетической системой // АиТ. 2011. № 10. С. 129–153.

[10] Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Синтез развязывающих законов стабилизации орбитальной ориентации космического аппарата // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2012. № 1. С. 92–108.

[11] Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Рябченко В.Н. Алгебраические и матричные методы в теории и практике систем автоматического управления летательных аппаратов. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2015. 666с.

Decompositional method of modal synthesis at controlling a MIMO-system with feedback by state derivatives

Zubov N.E.[1,*], Ryabchenko V.N.[1,**], Lapin A.V.[1,***]

[1] Bauman Moscow State Technical University (Bauman MSTU)

e-mail:

[*] Nik.Zubov@gmail.com
[**] RyabchenkoVN@yandex.ru
[***] AlexeyPoeme@yandex.ru

Abstract. In this article a method of pole placement in a deterministic linear dynamic MIMO-system at controlling with feedback by state derivatives is developed. The method is based on the special decomposition of the original system by means of semi-orthogonal matrix zero divisors. The method is applicable for both continuous and discrete cases of describing a MIMO-system, has no restrictions on the dimensions of state vector and input vector of the MIMO-system, algebraic and geometric multiplicity of specified poles, provides the possibility of analytical synthesis of controllers.

Key words: modal control by state derivatives, decompositional method, stability of a system, pole placement, continuous and discrete systems.