

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

И

ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ

№ 3, 2001

Электронный журнал,
рег. № П23275 от 07.03.97

<http://www.neva.ru/journal>
e-mail: diff@osipenko.stu.neva.ru

Адаптивное и робастное управление

РОБАСТНЫЕ АЛГОРИТМЫ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ЯВНО - НЕЯВНОЙ ЭТАЛОННОЙ МОДЕЛЬЮ

Е.Л.Ерёмин

Россия, 675027, Благовещенск, Игнатъевское шоссе, д. 21,
Амурский государственный университет,
кафедра "Информационные и управляющие системы",
e-mail: eremin@amursu.ru

Аннотация.

Исследуется проблема построения робастных законов управления существенно нестационарными динамическими объектами в условиях априорной неопределенности. Предложен новый способ реализации эталонной модели, структура которой включает в себя как явную, так и неявную части, что позволяет желаемую динамику системы управления формировать на базе апериодического звена первого порядка. Необходимым условием применимости такого подхода является единичная относительная степень передаточной функции линейной стационарной части объекта управления, т.е. выполнение условия $n - m = 1$. Решение задач синтеза алгоритмов робастного управления нестационарными объектами для систем с явно - неявной эталонной моделью получено на основе критерия гиперустойчивости.

1. Введение

Функционирование основного контура систем управления для объектов, динамика которых в условиях априорной неопределенности описывается линейными нестационарными моделями, может опираться как на использование механизма адаптации [1, 2], так и на применение принципа робастности [3]. В частности, для систем управления с эталонной моделью, в работах [4, 5] предложен подход к построению робастных алгоритмов управления нестационарными объектами, осуществляемый на основе квадратичного критерия абсолютной устойчивости и (или) критерия гиперустойчивости [6]. Базовым преимуществом такого подхода является единообразная процедура разработки достаточно широкого семейства работоспособных алгоритмов управления для нестационарных объектов, синтезированных без использования гипотезы квазистационарности [7].

Отличие алгоритмов, предложенных в статье [4] от приведенных в работе [5], состоит в том, что последние не используют процедур обращения функций времени и, как следствие, не требуют искусственного введения в алгоритмы управления специальных страхующих параметров. При этом, как показывает решение соответствующих задач синтеза, законы функционирования основного контура управления приобретают относительное сходство с известными алгоритмами систем управления с переменной структурой [8], бинарных систем [9] и систем с сигнальной адаптацией [2, 10].

Во многих системах управления динамическими объектами, требуемое качество управления формируется с помощью эталонной модели (ЭМ). В зависимости от способа задания ЭМ она может присутствовать в системе управления как явно, представляя собой реальное динамическое звено, так и неявно, например, в виде соответствующих коэффициентов некоторого дифференциального уравнения, решения которого обладают желаемыми значениями показателей качества управления. Хорошо известно, что при синтезе адаптивных и робастных систем управления с явной ЭМ, должно быть обеспечено выполнение соответствующих условий структурного согласования между эталоном и объектом, см. например [4, 5, 6]. Наряду с этим, проблема проектирования схемы управления с использованием максимально простых ЭМ, по-прежнему остается актуальной. Обычно при построении таких ЭМ применяются те или иные редуцированные модели (пониженного порядка) замкнутого контура управления.

В данной работе, при решении задачи синтеза алгоритмов робастного

управления нестационарными объектами, предлагается использовать ЭМ, способ формирования которой аналогичен явно - неявной ЭМ для систем адаптивного управления [11]. Суть этого способа состоит в переходе от некоторой явной ЭМ (порядка n) к ее явно - неявному эквиваленту, но уже состоящему из комбинации аperiodического звена 1-ого порядка (явная часть ЭМ) и линейного компенсатора $(n - 1)$ -ого порядка (неявная часть ЭМ), формируемого на выходе объекта управления.

2. Постановка задачи

Рассматривается задача управления нестационарным объектом, динамика которого описывается уравнениями

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + b(t)u + \tilde{f}(t), \quad y = x, \quad z = g^T y, \quad (1)$$

где $x = x(t) \in R^n$ - вектор состояния; $y = y(t)$ - вектор выхода; $z = z(t)$ - обобщенный выход, формируемый с помощью линейного компенсатора, за счет специального выбора значений элементов вектора $g^T = (g_1, g_2, \dots, g_n)$, $g_n = 1$; $u = u(t) \in R$ - управляющее воздействие; $A(t)$ и $b(t)$ - нестационарные матрица и вектор соответствующих размеров; $\tilde{f}^T(t) = (0, \dots, 0, f(t)) \in R^n$ - вектор постоянно действующего возмущения, с элементом $f(t)$, величина которого ограничена по модулю

$$|f(t)| \leq f_0^2 = const. \quad (2)$$

Пусть желаемое поведение объекта управления (1) задается с помощью явно - неявной ЭМ, описываемой уравнениями

$$\frac{dx_m}{dt} = A_m x_m + b_m r(t), \quad z_m = g^T x_m, \quad (3)$$

где $x_m = x(t) \in R^n$; $r(t) \in R$ - задающее воздействие; а также выполнены следующие условия структурного согласования:

$$A(t) = A_m + b_m \beta^T(t), \quad b(t) = b_m(1 + \alpha(t)),$$

$$\beta^T(t) = (\beta_1(t), \beta_2(t), \dots, \beta_n(t)), \quad |\beta_i(t)| \leq \beta_{0i}^2 = const, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4)$$

$$0 < \alpha(t) \leq \alpha_0^2 = const,$$

Здесь $\beta(t)$ и $\alpha(t)$ - неизвестные векторная и скалярные функции; A_m и b_m - матрица состояния и вектор управления явно - неявной ЭМ, причем вектор $b_m^T = (0, \dots, 0, 1)$, а матрица A_m является гурвицевой, собственные значения которой удовлетворяют соотношению

$$\det(pE_n - A_m) = (p - a_0)g^T(pE_n - A_m)^+b_m, \quad (5)$$

где $p = j\omega$ - комплексная переменная; $(pE_n - A_m)^+$ - присоединенная матрица матрицы $(pE_n - A_m)$; E_n - единичная n -мерная матрица, $a_0 = \text{const} < 0$. Тогда передаточную функцию ЭМ (3), с учетом соотношения (5), можно преобразовать к виду

$$W_m(p) = g^T(pE_n - A_m)^{-1}b_m = \frac{g^T(pE_n - A_m)^+b_m}{\det(pE_n - A_m)} = \frac{1}{p - a_0}, \quad (6)$$

что позволяет формировать ЭМ с помощью звена, описываемого уравнением

$$\frac{dz_m}{dt} = a_0z_m + r(t). \quad (7)$$

Требуется для нестационарной системы (1), (3), синтезировать явный алгоритма управления $u(t)$ таким образом, чтобы при любых начальных условиях $x(0)$, а также произвольном изменении в известных пределах возмущения $f(t)$ и функций - $\beta(t)$, $\alpha(t)$, удовлетворяющих соотношениям (2), (4), обеспечивалось выполнение целевого условия вида

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_m(t) - x(t)) = 0. \quad (8)$$

3. Метод решения

При решении сформулированной задачи будем следовать методике и последовательности основных этапов синтеза, которые использовались в работе [6] при построении систем прямого адаптивного управления.

3.1. Первый этап синтеза

В рамках традиционного исследования нелинейной системы управления на гиперустойчивость, в ней необходимо выделить линейную стационарную (ЛСЧ) и нелинейную нестационарную (ННЧ) части. С этой целью введем

в рассмотрение векторную ошибку или рассогласования состояний объекта управления (ОУ) и ЭМ, которую определим как соотношение

$$\varepsilon = \varepsilon(t) \triangleq x_m(t) - x(t), \quad (9)$$

и путем соответствующего вычитания уравнений (3), (1), запишем эквивалентное математическое описание системы управления (1), (3), (4), в виде следующих уравнений:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = A_m\varepsilon + b_m\mu, \quad \nu \triangleq g^T\varepsilon = z_m - z, \quad (10)$$

$$\mu \triangleq r(t) - \beta(t)^T y - (1 + \alpha(t))u(t) - f(t), \quad (11)$$

где $\nu = \nu(t)$ - эквивалентный обобщенный выход; $\mu = \mu(t)$ - видоизмененное управление. В эквивалентной форме записи, соотношения (10) описывают ЛСЧ исследуемой системы управления, а выражение (11) ее ННЧ.

3.2. Второй этап синтеза

На данном этапе основной задачей синтеза является обеспечение условий вещественности и строгой положительности ЛСЧ.

Используя передаточную функции ЛСЧ (10) и соотношения (5), (6), вполне очевидно, что при выборе элементов вектора g из условия гурвицевости полинома $G(p) \triangleq g^T(pE_n - A_m)^+ b_m$ степени $(n - 1)$ с положительными коэффициентами, частотное условие

$$\operatorname{Re} g^T(jwE_n - A_m)^{-1} b_m > 0, \quad \forall w \in (-\infty, \infty), \quad (12)$$

будет всегда иметь место.

Отметим, что второй этап синтеза делает более прозрачной предлагаемую структуру явно - неявной ЭМ. При этом, если задание явной части ЭМ непосредственно обеспечивает справедливость частотного неравенства (11), то на его выполнении задание неявной части ЭМ, осуществляемое из условий гурвицевости полинома $G(p)$, сказывается лишь косвенно - через желаемое распределение собственных значений матрицы A_m .

3.3. Третий этап синтеза

Этот этап можно считать центральным, поскольку именно на нем определяется явный вид робастного алгоритма управления, обеспечивающего

выполнение интегрального неравенства В.М. Попова (ИНП) вида

$$\eta(0, t) = - \int_0^t \mu(s)\nu(s)ds \geq -\gamma_0^2 = const, \quad \forall t > 0. \quad (13)$$

Представим интеграл в левой части ИНП (12) в виде следующей суммы

$$\eta(0, t) = \sum_{i=1}^3 \eta_i(0, t), \quad (14)$$

и рассмотрим, с учетом соотношений (10), (11), следующие интегральные слагаемые

$$\begin{aligned} \eta_1(0, t) &\triangleq - \int_0^t r(s)\nu(s)ds + \int_0^t f(s)\nu(s)ds, \\ \eta_2(0, t) &\triangleq \int_0^t (1 + \alpha(s))u(s)\nu(s)ds, \quad \eta_3(0, t) \triangleq \int_0^t \beta^T(s)y(s)\nu(s)ds. \end{aligned}$$

Тогда, учитывая оценку (2) и положительность функции $\alpha(t)$, для интеграла $\eta_1(0, t)$ будет выполняться очевидное неравенство:

$$\begin{aligned} \eta_1(0, t) &= - \int_0^t r(s)\nu(s)ds + \int_0^t f(s)\nu(s)ds \geq \\ &\geq -\gamma_1 \int_0^t (1 + \alpha(s))|r(s)||\nu(s)|ds - \gamma_2 \int_0^t (1 + \alpha(s))|\nu(s)|f_0^2 ds, \quad (15) \end{aligned}$$

при $\gamma_1, \gamma_2 = const \geq 1$. Если использовать коэффициенты $\gamma_3 = const \geq 0, 5$; $\gamma_4 \geq \gamma_3 \sup_t \|\beta(t)\|^2$, то для интеграла $\eta_3(0, t)$ можно получить оценку вида:

$$\begin{aligned} \eta_3(0, t) &= \int_0^t \beta^T(s)y(s)\nu(s)ds \geq \\ &\geq -\gamma_3 \int_0^t (1 + \alpha(s))|\nu(s)|(\beta^T(s)y(s))^2 ds - \gamma_3 \int_0^t (1 + \alpha(s))|\nu(s)|ds \geq \end{aligned}$$

$$\geq -\gamma_4 \int_0^t (1 + \alpha(s)) |\nu(s)| y^T(s) y(s) ds - \gamma_3 \int_0^t (1 + \alpha(s)) |\nu(s)| ds. \quad (16)$$

Следовательно, рассматривая совместно выражения (14), (15), (16), для интеграла (13) можно записать неравенство

$$\eta(0, t) \geq \int_0^t \left[-\gamma_1 |r(t)| - \gamma_2 f_0^2 - \gamma_3 - \gamma_4 y^T(s) y(s) + \right. \\ \left. + u(s) \operatorname{sgn}(\nu(s)) \right] (1 + \alpha(s)) |\nu(s)| ds. \quad (17)$$

Если теперь в подынтегральном выражении (17) обнулить сумму слагаемых, которые заключены в квадратные скобки, то это позволит, во-первых, выполнить требование ИНП (13) и, во-вторых, задать робастный закон управления в виде следующей алгоритмической структуры:

$$u(t) = \left[\gamma_1 |r(t)| + \gamma_4 y^T y + \gamma_5 \right] \operatorname{sgn}(z_m - g^T y), \quad (18)$$

где коэффициент $\gamma_5 \triangleq \gamma_2 f_0^2 + \gamma_3$, а эквивалентный обобщенный выход $\nu(t)$ записан в явном виде.

3.4. Четвертый этап синтеза

На заключительной стадии аналитического проектирования системы робастного управления (1), (2), (4), (7), (18) необходимо показать достижимость в ней требований целевого условия вида (8).

Согласно критерию гиперустойчивости [6], справедливость неравенств (12), (13), рассматриваемых относительно эквивалентной системы управления вида (10), (11), при любых начальных условиях $x(0)$, означает как ее собственную асимптотическую гиперустойчивость, так и асимптотическую гиперустойчивость исходной системы (1), (2), (3), (4), (18) или (1), (2), (4), (7), (18), в силу чего обеспечивается выполнение условия (8) и, соответственно, решение поставленной задачи управления.

4. Расширение семейства алгоритмов управления

Выполнение в системе (1), (2), (4), (7), (18) целевого требования (8), не ограничивается использованием робастного закона только в виде алгоритма (18).

Одно из направлений существенного расширения семейства работоспособных базовых законов управления, например, вида (18), может опираться на использование следующей модификации интегрального неравенства (17):

$$\begin{aligned} \eta(0, t) \geq \int_0^t \left[-\gamma_1|r(t)| - \gamma_5 - \gamma_4 y^T(s)y(s) + u(s)\operatorname{sgn}(\nu(s)) \pm \right. \\ \left. \pm \gamma_6 q(\nu(s)) \right] (1 + \alpha(s)) |\nu(s)| ds \geq \int_0^t \left[-\gamma_1|r(t)| - \gamma_5 - \gamma_4 y^T(s)y(s) + \right. \\ \left. + u(s)\operatorname{sgn}(\nu(s)) - \gamma_6 q(\nu(s)) \right] (1 + \alpha(s)) |\nu(s)| ds, \end{aligned} \quad (19)$$

где $\gamma_6 = \text{const} \geq 0$, $q(\nu(t))$ - произвольная ограниченная скалярная функция, удовлетворяющая условию

$$q(\nu(t)) > 0, \quad \forall \nu(t). \quad (20)$$

В результате модификации структура закона управления (18) будет описываться следующим образом:

$$u(t) = \left[\gamma_1|r(t)| + \gamma_4 y^T y + \gamma_5 + \gamma_6 q(z_m - g^T y) \right] \operatorname{sgn}(z_m - g^T y), \quad (21)$$

где явный вид функции $q(z_m - g^T y)$ подлежит выбору, например, с использованием степенных функций

$$q(z_m - g^T y) = |z_m - g^T y|^k, \quad k > 0,$$

их комбинаций или иных функциональных зависимостей.

Кроме того, в алгоритмы (18), (21), подобно [4, 12], могут быть добавлены слагаемые:

$$\operatorname{sgn}(z_m - g^T y) \frac{d|z_m - g^T y|}{dt} = \frac{d(z_m - g^T y)}{dt};$$

$$\left[\int_0^t |z_m(s) - g^T y(s)| ds \right] \operatorname{sgn}(z_m - g^T y),$$

с соответствующими положительными весовыми коэффициентами.

5. Пример

В качестве иллюстрации полученных результатов рассмотрим задачу робастного управления системой (1), (2), (3), (4), (21) с целевым условием (8), где для случая $n = 3$, определены следующие матрицы, векторы и скалярные функции или величины:

$$A(t) = A_m + b_m \beta^T(t); \quad b(t) = b_m(1 + \alpha(t));$$

$$A_m = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -24 & -26 & -9 \end{pmatrix}; \quad b_m = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix};$$

$$\beta^T(t) = \begin{pmatrix} 23 + 2 \sin(2, 4t) & 19 + \sin(5, 6t) & 11 + 1, 5 \sin(7, 8t) \end{pmatrix};$$

$$\sup_t \|\beta(t)\|^2 < 34, 4; \quad \alpha(t) = 2 + 0, 3 \sin(4, 5t); \quad (22)$$

$$f(t) = 0, 5 \cos(0, 08\pi t); \quad |f(t)| \leq f_0^2 = 0, 5;$$

$$\gamma_1 = 1; \quad \gamma_2 = 1; \quad \gamma_3 = 0, 5; \quad \gamma_4 = 20 \geq \gamma_3 \sup_t \|\beta(t)\|^2;$$

$$\gamma_5 = \gamma_2 f_0^2 + \gamma_3 = 1; \quad \gamma_6 = 350.$$

Кроме того, в алгоритме управления (21) функция $q(z_m - g^T y)$ и вектор g заданы следующим образом:

$$q(z_m - g^T y) = |z_m - g^T y|^{0,3}, \quad g^T = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Отметим, что систему управления вида (1), (2), (3), (4), (21), можно описать эквивалентными уравнениями (1), (2), (4), (7), (21). Действительно, поскольку для математического описания ЭМ (3), (6), с учетом (22), (23), имеют место соотношения:

$$g^T (pE_n - A_m)^+ b_m = p^2 + 5p + 6 = (p + 2)(p + 3),$$

$$\det(pE_n - A_m) = p^3 + 9p^2 + 26p + 24 = (p + 2)(p + 3)(p + 4),$$

то для получения эквивалентной формы записи уравнения ЭМ в виде (7), можно воспользоваться очевидным соотношением

$$W_m(p) = g^T (pE_n - A_m)^{-1} b_m = \frac{1}{p + 4}.$$

Имитационное моделирование системы робастного управления (1), (2), (4), (7), (21), (22), (23), осуществлялось при задающих воздействиях:

$$r(t) = r_0 \operatorname{sgn}(\sin(\pi t)), \quad r(t) = r_0 \sin(\pi t), \quad r_0 = 4. \quad (24)$$

Параметрические изменения ОУ, а именно, динамические характеристики элементов матрицы состояния $A(t)$ и вектора управления $b(t)$, во всех случаях моделирования были следующими:

$$a_{31}(t) = -1 + 2 \sin(2, 4t); \quad a_{32}(t) = -7 + \sin(5, 6t); \quad a_{33}(t) = 2 + 1, 5 \sin(7, 8t);$$

$$b_3(t) = 2 + 0, 3 \sin(4, 5t),$$

см. графики на рис. 1.

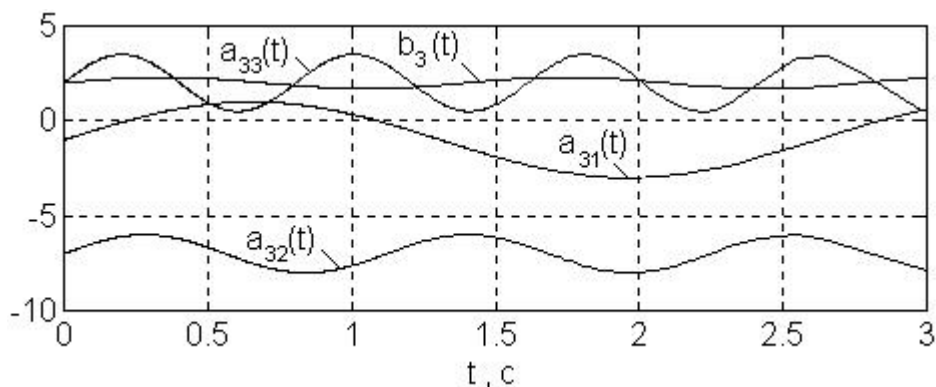


Рис. 1.

На рис. 2 представлены временные характеристики элементов вектора состояний и обобщенного выхода объекта (1), (22), при наличии возмущения $f(t) = 0, 5 \cos(0, 08\pi t)$ и управлении $u(t) \equiv 0$.

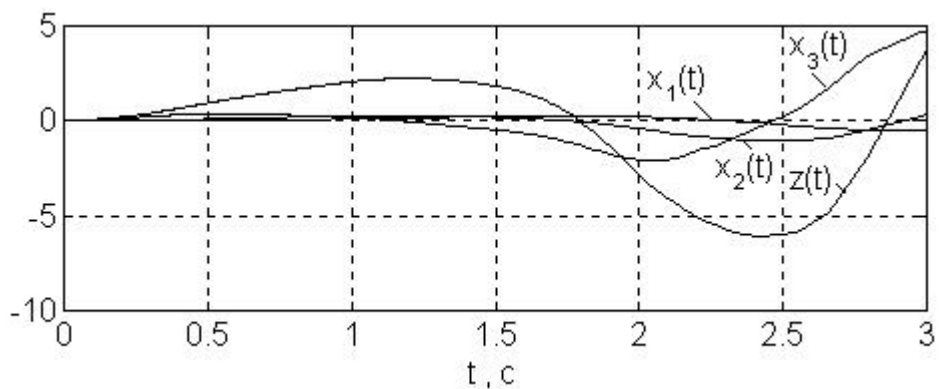


Рис. 2.

Результаты моделирования динамических процессов в замкнутой системе управления (1), (2), (4), (7), (21), (22), (23), (24), при задающем воздействии $r(t) = r_1(t)$, показаны на рис. 3, рис. 4.

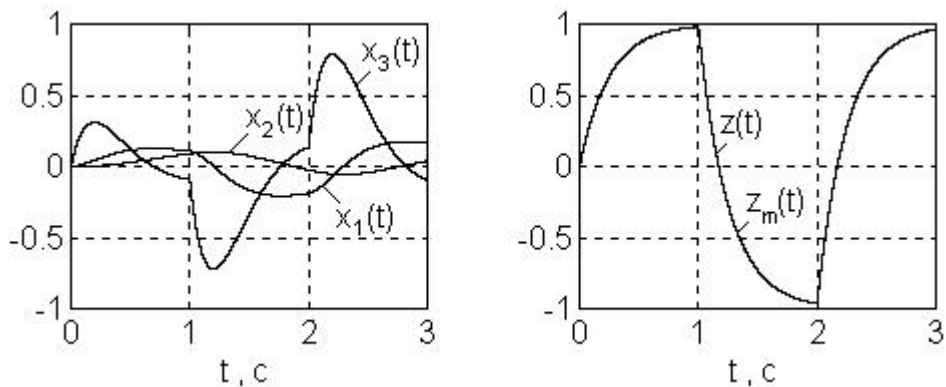


Рис. 3.

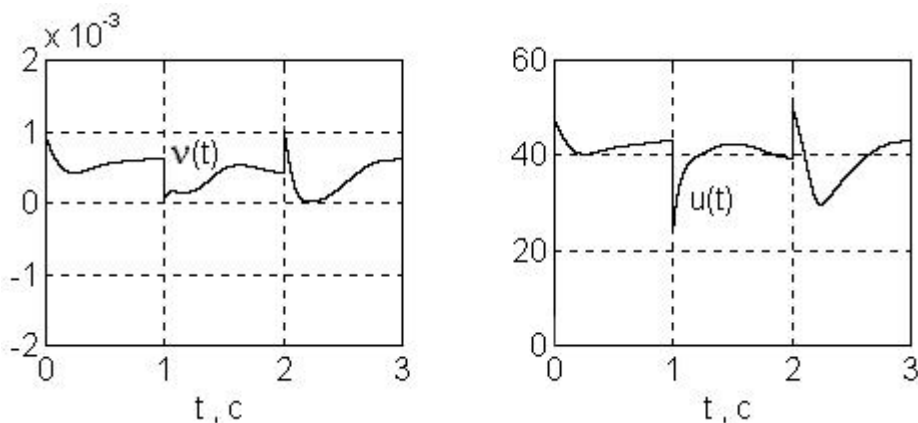


Рис. 4.

На этих рисунках представлены следующие временные характеристики: вектора пространства состояний объекта $x^T(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))$; выхода ОУ $z(t)$; выхода ЭМ $z_m(t)$.

Следует обратить внимание на то, что на рис. 3 визуально сигналы $z(t)$ и $z_m(t)$ трудно различимы. Действительно, величина рассогласования между ЭМ и ОУ или динамическая ошибка $\nu(t)$ весьма мала, что хорошо видно из графика приведенного на рис. 4.

Аналогичные результаты моделирования динамических процессов в замкнутой системе управления (1), (2), (4), (7), (21), (22), (23), (24), но уже при задающем воздействии $r(t) = r_2(t)$, показаны на рис. 5.

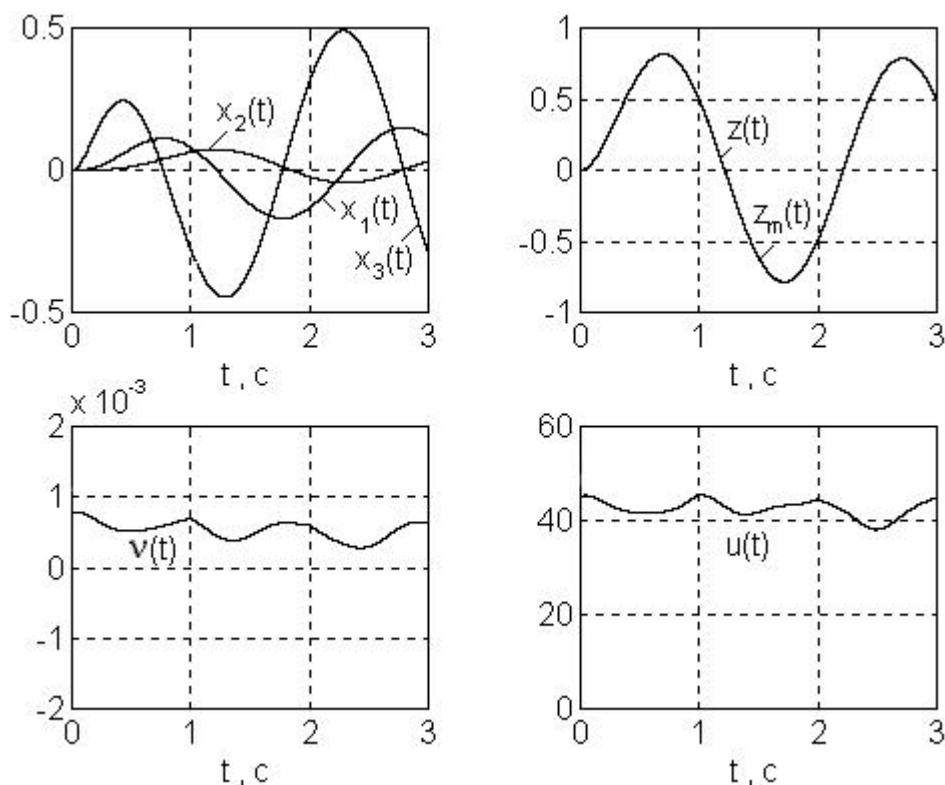


Рис. 5.

6. Обсуждение результатов. Выводы

Применение критерия гиперустойчивости позволяет осуществлять проектирование алгоритмического обеспечения высококачественных робастных систем управления с явно-неявной ЭМ (или явной ЭМ минимальной структурной сложности) для достаточно широкого класса линейных и нелиней-

ных ОУ, функционирующих в условиях существенной параметрической нестационарности и при постоянно действующих внешних возмущениях.

Основными преимуществами предложенного метода является, во-первых, единая технология синтеза структуры базовых алгоритмов управления; во-вторых, возможность модификации и расширения набора базовых алгоритмов с помощью типовых процедур синтеза; в-третьих, достижение высокого качества управления при ограниченных по амплитуде управляющих воздействиях.

Возможно применение полученных результатов для построения робастных алгоритмов управления для динамических объектов с различными типами запаздывания (по состоянию, нейтрального типа, по управлению) как для случая скалярного, так и векторного управлений.

Список литературы

- [1] Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. Адаптивное управление динамическими объектами. М.: Наука, 1982, 448 с.
- [2] Фрадков А.Л. Адаптивное управление в сложных системах: беспоисковые методы. М.: Наука, 1990, 296 с.
- [3] Tsyupkin Ya.Z, Polyak V.T. Robust absolute stability of continuous systems // Int. J. Nonlin. Control. 1993, V. 3, No. 3, P. 231-239.
- [4] Цыкунов А.М. Робастное управление нестационарными объектами // АиТ, 1996, © 2, С. 117-125.
- [5] Еремин Е.Л. Робастные алгоритмы нелинейной системы управления нестационарным объектом // Тезисы Международной конференции "Нелинейные науки на рубеже тысячелетий", СПб., 1999, С. 108.
- [6] Еремин Е.Л., Цыкунов А.М. Синтез адаптивных систем управления на основе критерия гиперустойчивости. Бишкек: Илим, 1992, 182 с.
- [7] Петров Б.Н., Рутковский В.Ю., Земляков С.Д. Адаптивное координатно-параметрическое управление нестационарными объектами. М.: Наука, 1980, 224 с.
- [8] Уткин В.И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления: Теоретические основы технической кибернетики. М.: Наука, 1981, 368 с.

- [9] Емельянов С.В., Коровин С.К. Новые типы обратной связи: Управление при неопределенности. М.: Наука. Физматлит, 1997, 352 с.
- [10] Нелинейные нестационарные системы / Под ред. Ю.И. Топчиева. М.: Машиностроение, 1986, 336 с.
- [11] Еремин Е.Л. Системы прямого адаптивного управления с явно - неявными эталонными моделями // Тезисы докладов VI Всероссийского семинара "Нейроинформатика и ее применения", Красноярск, 1998, С. 62.
- [12] Емельянов С.В. Бинарные системы автоматического управления. М.: МНИИПУ, 1984, 313 с.