

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

И

ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ

№ 4, 2017

Электронный журнал,

рег. Эл. № ФС77-39410 от 15.04.2010

ISSN 1817-2172

<http://www.math.spbu.ru/diffjournal>

e-mail: [jodiff@mail.ru](mailto:jodiff@mail.ru)

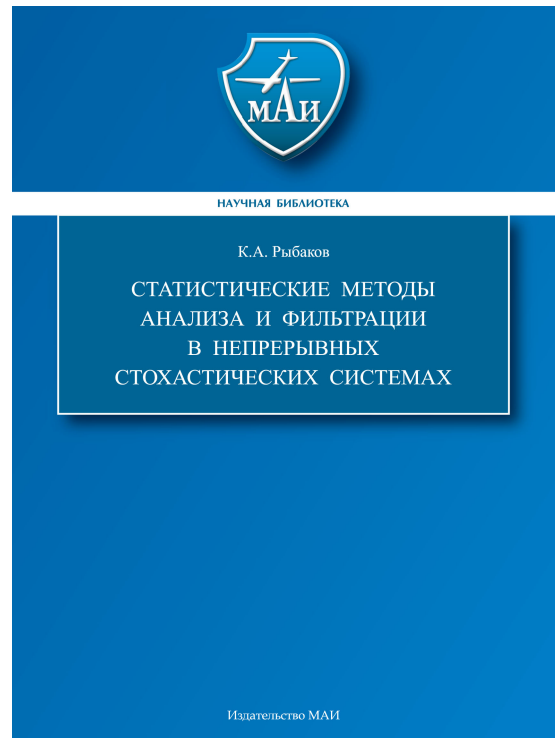
Новые книги

## Статистические методы анализа и фильтрации в непрерывных стохастических системах

К. А. Рыбаков

В новой монографии «Статистические методы анализа и фильтрации в непрерывных стохастических системах» рассмотрены вопросы решения задач анализа выходных процессов и фильтрации для стохастических систем, математические модели которых описываются стохастическими дифференциальными уравнениями, с помощью метода статистического моделирования, или метода Монте-Карло [1].

Монография предназначена для специалистов и инженеров, а также для студентов старших курсов и аспирантов технических вузов и университетов, специализирующихся в области



статистического моделирования и интересующихся задачами теории управления непрерывными стохастическими динамическими системами, анализом и фильтрацией в таких системах. Представленный материал содержит как известные результаты, так и результаты научных исследований, проведенных автором на кафедре «Математическая кибернетика» факультета прикладной математики и физики Московского авиационного института (национального исследовательского университета). Книга выпущена в серии «Научная библиотека МАИ», в которой ранее были изданы другие монографии сотрудников кафедры, посвященные различным аспектам теории управления и оптимизации [2–8].

Книга может быть использована как при чтении спецкурсов, ориентированных на изучение методов статистического моделирования, анализа и фильтрации в непрерывных стохастических динамических системах, так и для самостоятельного изучения изложенных методов и алгоритмов. Она содержит необходимый теоретический материал. Применение методов и алгоритмов демонстрируется при решении различных методических примеров анализа и фильтрации для линейных и нелинейных стохастических систем.

Статистические алгоритмы фильтрации для непрерывных стохастических динамических систем, рассмотренные в этой книге, построены на основе приближенного решения обобщенного уравнения Фоккера – Планка – Колмогорова с помощью метода Монте-Карло, а именно на алгоритмах статистического анализа стохастических систем с обрывами и ветвлениями траекторий. Такие алгоритмы анализа могут применяться для моделирования ветвящихся диффузионных процессов. В их основе лежат методы и алгоритмы численного решения стохастических дифференциальных уравнений, методы моделирования пуассоновских потоков событий, а также методы математической статистики. Вычислительная сложность этих алгоритмов и точность получаемых оценок зависит от характеристик применяемых методов моделирования и статистических методов. Предложенные в книге алгоритмы можно рассматривать как один из возможных вариантов непрерывного фильтра частиц.

Первые результаты по таким алгоритмам решения задачи фильтрации, а затем и задачи прогнозирования были опубликованы автором в журнале «Дифференциальные уравнения и процессы управления» [9, 10].

Для применения этих алгоритмов не требуется упрощать математические модели исследуемых стохастических систем, например проводить линеаризацию или аппроксимацию уравнений модели. Их можно применять при

решении задачи оптимальной фильтрации для линейных и нелинейных стохастических систем, включая и существенно нелинейных, т.е. с негладкими коэффициентами в уравнениях модели системы. Такие алгоритмы нетрудно обобщить для решения задачи оптимальной фильтрации для стохастических динамических систем с разрывными траекториями, когда разрывы образуют пуассоновские потоки событий. Последние из перечисленных результатов в монографию не вошли, однако с ними можно ознакомиться в статьях [11–14]. Все приведенные алгоритмы решения задачи оптимальной фильтрации позволяют приближенно найти апостериорную плотность вероятности вектора состояния динамической системы, что дает возможность получить оптимальную оценку в соответствии с различными критериями качества.

В первой главе книги рассмотрены модели непрерывных стохастических систем, заданные стохастическими дифференциальными уравнениями, указаны возможные варианты поведения траекторий таких систем. Приведены уравнения для плотности вероятности вектора состояния непрерывной стохастической системы: уравнение Фоккера – Планка – Колмогорова и его обобщения. Далее рассмотрен частный случай — линейные непрерывные стохастические системы и простейший вариант линеаризации нелинейных систем. Для общего случая нелинейных стохастических систем сформированы статистические алгоритмы моделирования траекторий и анализа выходных процессов, включая метод частиц. Приведены примеры решения задачи анализа как для линейных, так и для нелинейных стохастических систем.

Вторая глава посвящена задаче оптимальной фильтрации. Приведены модели непрерывных стохастических систем наблюдения, включающих объект наблюдения и измерительную систему, и уравнения для апостериорной плотности вероятности вектора состояния объекта наблюдения: уравнения Стратоновича – Кушнера и Дункана – Мортенсена – Закаи, а также робастное уравнение Дункана – Мортенсена – Закаи. Изложены некоторые результаты теории оптимальной фильтрации для линейных стохастических систем наблюдения, а именно приведены уравнения фильтра Калмана – Бьюси. Для нелинейных стохастических систем наблюдения сформированы алгоритмы совместного моделирования системы наблюдения и оптимального оценивания (оптимальной фильтрации), показана связь этих алгоритмов с непрерывным фильтром частиц. Даны примеры решения задачи оптимальной фильтрации для линейных и нелинейных стохастических систем.

Приложение 1 содержит краткие сведения о моделировании случайных величин для реализации описанных в книге статистических алгоритмов ана-

лиза и фильтрации. Рассмотрены методы моделирования случайных величин, имеющих равномерное, показательное и нормальное распределение. В приложении 2 приведены используемые при построении статистических алгоритмов анализа и фильтрации методы моделирования пуассоновских потоков событий. Краткое изложение методов нахождения статистических характеристик по результатам моделирования дано в приложении 3 на примере оценивания функции распределения и плотности вероятности, двух первых моментов распределения, в том числе и с учетом весовых коэффициентов, сопоставленных элементам выборки, по которой проводится оценивание.

Несмотря на небольшой объем книги, в ней содержится необходимый теоретический материал, в том числе представлено робастное уравнение Дункана – Мортенсена – Закаи, упоминаний о котором в русскоязычных научных публикациях автору так и не удалось обнаружить. Основу книги составляют подробные алгоритмы и представительный набор примеров. Библиографический список содержит более трехсот наименований, включая самые современные публикации (на момент издания монографии).

## Список литературы

- [1] Рыбаков К.А. Статистические методы анализа и фильтрации в непрерывных стохастических системах. — М.: Изд-во МАИ, 2017.
- [2] Пантелеев А.В. Метаэвристические алгоритмы поиска глобального экстремума. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2009.
- [3] Пантелеев А.В., Рыбаков К.А. Прикладной вероятностный анализ нелинейных систем управления спектральным методом. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010.
- [4] Рыбин В.В. Моделирование нестационарных непрерывно-дискретных систем управления спектральным методом в системах компьютерной математики. — М.: Изд-во МАИ, 2011.
- [5] Пантелеев А.В., Рыбаков К.А. Методы и алгоритмы синтеза оптимальных стохастических систем управления при неполной информации. — М.: Изд-во МАИ, 2012.
- [6] Пантелеев А.В. Применение эволюционных методов глобальной оптимизации в задачах оптимального управления детерминированными системами. — М.: Изд-во МАИ, 2013.

- [7] Рыбин В.В. Моделирование нестационарных систем управления целого и дробного порядка проекционно-сеточным спектральным методом. — М.: Изд-во МАИ, 2013.
- [8] Рыбаков К.А., Рыбин В.В. Моделирование распределенных и дробно-распределенных процессов и систем управления спектральным методом. — М.: Изд-во МАИ, 2016.
- [9] Рыбаков К.А. Сведение задачи нелинейной фильтрации к задаче анализа стохастических систем с обрывами и ветвлениями траекторий // Дифференциальные уравнения и процессы управления. — 2012. № 3. — С. 91–110.
- [10] Рыбаков К.А. Алгоритмы прогнозирования состояний в стохастических дифференциальных системах на основе моделирования специального ветвящегося процесса // Дифференциальные уравнения и процессы управления. — 2015. № 1. — С. 25–38.
- [11] Рыбаков К.А. Приближенный метод фильтрации сигналов в стохастических системах диффузионно-скачкообразного типа // Научный вестник МГТУ ГА. — 2014. № 207. — С. 54–60.
- [12] Рыбаков К.А. Фильтрация сигналов в стохастических системах диффузионно-скачкообразного типа на основе метода статистических испытаний // Научный вестник МГТУ ГА. — 2015. № 220 (10). — С. 73–81.
- [13] Рыбаков К.А. Статистические алгоритмы оптимальной фильтрации сигналов в нелинейных диффузионно-скачкообразных стохастических системах // Вестник УГАТУ. — 2016. Т. 20. № 4 (74). — С. 107–113.
- [14] Аверина Т.А., Рыбаков К.А. Статистические алгоритмы прогнозирования для нелинейных стохастических систем диффузионно-скачкообразного типа // Дифференциальные уравнения и процессы управления. — 2017. № 2. — С. 130–152.