

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ
УРАВНЕНИЯ
И
ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ
N 1, 2024

Электронный журнал,
рег. Эл № ФС77-39410 от 15.04.2010
ISSN 1817-2172

<http://diffjournal.spbu.ru/>
e-mail: jodiff@mail.ru

Управление в нелинейных и сложных системах
Компьютерное моделирование динамических и управляемых систем
Приложение в физике, электротехнике и электронике

Синергетическое управление материальной точкой в гравитационном поле

Братищев А.В.^{*}, Живолуп А.В.^{**}

Донской государственный технический университет

^{*}avbratishchev@spark.mail.ru

^{**}auditore1911@bk.ru

Аннотация. Рассмотрена задача управления межорбитальными манёврами точки в гравитационном поле. С использованием первых интегралов системы спроектирован достаточно простой синергетический регулятор. С его помощью исследована задача выбора оптимальной точки схода с начальной орбиты. При этом в качестве критерия выбрано максимальное значение тяги, создаваемой управлением. Рассмотрена задача перехода с начальной на конечную орбиту в случае касающихся орбит. Исследован вопрос выбора параметра, определяющего вектор управления.

Ключевые слова: гравитационное поле, эллиптическая орбита, межорбитальный манёвр, синергетическое управление

1. Введение

Задача управления межорбитальными перелетами имеет длинную историю и большую монографическую литературу (см., например, [1], [2]). Она начиналась с изучения двух предельных случаев управления – управления с помощью двигателей большой тяги (мощный импульс или последовательность импульсов) и с помощью двигателей малой тяги (длительное по времени ускорение не более 1 мм/сек^2). Первые шаги описаны, например, в статье Т. Эдельбаума [3]. Цель настоящей статьи – рассмотреть промежуточный случай, когда тяга представляет собой не прямоугольный импульс, а всплеск или последовательность сравнительно небольших всплесков с последующим быстрым (экспоненциальным) затуханием. В рассматриваемых задачах

мы ограничимся рассмотрением точки с постоянной массой. Аппаратом исследования является синергетическая теория управления, изложенная в монографии [4] и электронном учебном пособии [5].

2. Случай круговых орбит

Напомним вид уравнений невозмущённого кеплеровского движения в плоскости Лапласа в декартовой системе координат

$$\begin{cases} x'' = -\frac{\mu x}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \\ y'' = -\frac{\mu y}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \end{cases}, \quad (1)$$

и в полярных координатах $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$

$$\begin{cases} r'' = r\varphi'^2 - \frac{\mu}{r^2} \\ r\varphi'' = -2r'\varphi' \end{cases}, \quad (2)$$

где μ – гравитационный параметр [6]. Полярная ось совпадает с линией узлов.

Воспроизведём синтез управления по выводу точки с начальной круговой орбиты радиуса r_0 на конечную круговую орбиту радиуса R [4] при специальном выборе агрегированных переменных. Положим $\Psi_1 := r' + k(r - R)$, $\Psi_2 := \varphi' - \sqrt{\mu/R^3}$. В соответствии с теорией требуется, чтобы движения проектируемого синергетического регулятора

$$\begin{cases} r'' = r\varphi'^2 - \frac{\mu}{r^2} + U_1 \\ r\varphi'' = -2r'\varphi' + rU_2 \end{cases}. \quad (3)$$

с искомыми управлениями U_1, U_2 удовлетворяли уравнениям $\Psi_i' = -\Psi_i/T$, $T > 0$, $i = 1, 2$. То есть агрегированные переменные являются частными интегралами системы (2) и потому

$$\Psi_1' = r\varphi'^2 - \frac{\mu}{r^2} + U_1 + kr' = -\frac{1}{T}\Psi_1,$$

$$\Psi_2' = -2\frac{r'\varphi'}{r} + U_2 = -\frac{1}{T}\Psi_2.$$

Разрешаем данную систему относительно управлений:

$$U_1 = -r\varphi'^2 + \frac{\mu}{r^2} - kr' - \frac{1}{T}\Psi_1,$$

$$U_2 = 2\frac{r'\varphi'}{r} - \frac{1}{T}\Psi_2.$$

Пусть материальная точка начинает свободное движение в момент времени $t = 0$, а включение управление происходит в момент времени $t = t_0 > 0$ (момент схода с орбиты). Тогда закон её движения имеет вид

$$\begin{cases} r'' = \begin{cases} r\varphi'^2 - \frac{\mu}{r^2}, & t \in [0, t_0[\\ -kr' - \frac{1}{T}(r' + k(r - R)), & t \geq t_0 \end{cases} \\ \varphi'' = \begin{cases} -2\frac{r'\varphi'}{r}, & t \in [0, t_0[\\ -\frac{1}{T}(\varphi' + \sqrt{\mu/R^3}), & t \geq t_0 \end{cases} \end{cases}$$

В момент $t = t_0$ происходит скачок ускорения, но при этом движение и вектор скорости точки предполагаются непрерывными: состояние системы в конечный момент на первом временном участке $[0, t_0]$ $(r(t_0), r'(t_0), \varphi(t_0), \varphi'(t_0))$ является начальным состоянием на $[t_0, \infty)$.

Спроектируем по этой системе S-модель [7] и с её помощью на примере проанализируем предлагаемый вектор управления. Выберем $\mu = 398600 \text{ км}^3/\text{с}^2$, $R = 22000 \text{ км}$, $t_0 = 10500 \text{ с} \approx 2,9 \text{ ч}$, начальные условия $r_0 = 6700 \text{ км}$, $r_{01} = 0.06 \text{ км/с}$, $\varphi_0 = 0 \text{ рад}$, $\varphi_{01} = 0.001 \text{ рад/с}$ и время функционирования $t_1 = 42000 \text{ с}$. Конфигурационный портреты начальной, конечной орбит и участок перехода приведены на Рис.1,2.

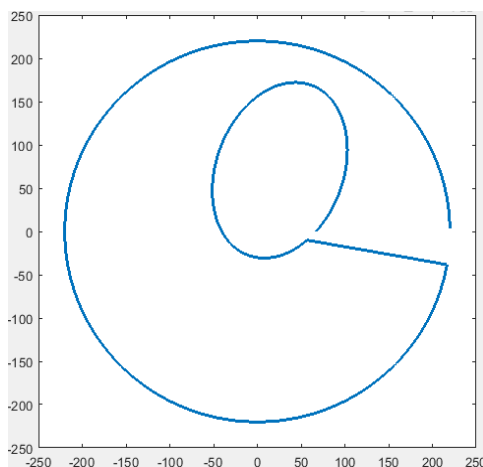


Рис.1. Начальная, конечная орбиты и участок перехода при $k=1, T=1$

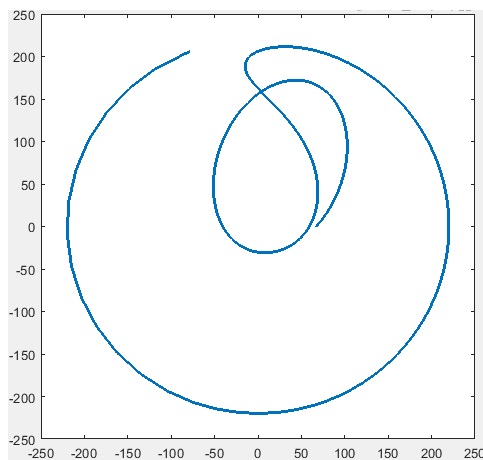


Рис.2. Начальная, конечная орбиты и участок перехода при $k=0.001, T=1000$

Видно, что при большом значении параметра k и малом параметра T переходной участок фактически совпадает с отрезком луча, выходящего из точки силы $(0,0)$. При уменьшении k и

увеличении T траектория перехода приобретает вид нескольких витков спирали. На Рис.2 значение интеграла площадей конечной траектории выбрано отрицательным, и поэтому точка меняет направление движения при переходе с начальной траектории на конечную.

Проведены численные эксперименты по вычислению максимального значения тяги для значений пар параметров $k = 0.01, 0.001, 0.0001, 0.00001, 0.000001, 0.0000001$ и $T = 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000$. По их результатам можно сделать следующие выводы.

1) При каждом фиксированном k с ростом T соответствующее максимальное значение тяги сначала убывает, а потом начинает расти. При этом переходное время и число витков для достижения конечной орбиты возрастает.

2) При каждом фиксированном T с ростом k максимальное значение тяги сначала убывает, а потом начинает расти.

3) Для $k = 0.001$ минимум максимального значения тяги достигается при $T = 100000$ и равен 2 кгм/сек^2 . При $k = 0.0001$ и 0.00001 минимум максимального значения тяги достигается соответственно при $T = 1000000$ и 10000000 и равен 1.8 кгм/сек^2 . При этом с уменьшением k на порядок переходное время и число витков для достижения конечной орбиты возрастает тоже на порядок.

Желая при каждом k совместить требования небольшого значения тяги с небольшими значениями переходного времени и числа витков для достижения конечной орбиты мы в дальнейшем будем полагать $T := 1/k$.

3. Проектирование синергетического регулятора для произвольных эллиптических орбит

Первые интегралы уравнения движения (2) составляют 3 группы [6].

Интеграл площадей $r^2 \varphi' = c, c \in \mathbb{R}$.

Интеграл энергии $r'^2 + r^2 \varphi'^2 - \frac{2\mu}{r} = h$.

Интегралы Лапласа

$$\begin{cases} r^3 \cos \varphi \varphi'^2 - \mu \cos \varphi + r^2 r' \sin \varphi \varphi' = f_1 \\ r^3 \sin \varphi \varphi'^2 - \mu \sin \varphi - r^2 r' \cos \varphi \varphi' = f_2 \end{cases}$$

Умножим первое и второе из последних уравнений соответственно на $\cos \varphi, \sin \varphi$ и сложим их.

$r^3 \varphi'^2 - \mu = f_1 \cos \varphi + f_2 \sin \varphi$. Тогда, учитывая интеграл площадей, получим такой первый интеграл $\mu r - c^2 + f_1 r \cos \varphi + f_2 r \sin \varphi = 0$. Он даёт уравнение орбиты точки в полярной системе координат. Обозначая $f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$, $\cos \omega := f_1/f$, $\sin \omega := f_2/f$, получим $\mu r - c^2 + f \cos(\varphi - \omega) r = 0$ или в виде $r - p + e \cos(\varphi - \omega) r = 0$, где $e := f/\mu$ – эксцентриситет орбиты, определяющий её форму, $p := c^2/\mu$ – параметр орбиты, определяющий её размер, ω – угловое расстояние перицентра орбиты от восходящего узла.

Параметры c, e, ω вполне определяют и определяются кеплеровской орбитой в плоскости Лапласа.

Систему управления ищем в том же виде (3). Обозначим $\psi := r + e \cos(\varphi - \omega) r - p$. Несложно проверить, что функция $\Psi_1 := \psi' + k\psi = (1 + e \cos(\varphi - \omega)) r' - e \sin(\varphi - \omega) r \varphi' + k((1 + e \cos(\varphi - \omega)) r - p)$ является интегралом системы (2). Выберем её в качестве первой агрегированной переменной. При $e = 0$, то есть для круговых орбит, она совпадает с агрегированной переменной предыдущей пункта.

В качестве второй агрегированной переменной выберем функцию $\Psi_2 := r^2 \varphi' - \sqrt{\mu p}$.

Агрегированные переменные по определению должны быть интегралами проектируемой системы управления (синергетического регулятора). Это означает, что их производные в силу этой системы удовлетворим следующим уравнениям

$$D_t \Psi_1 = (1 + e \cos(\varphi - \omega)) \left(r \varphi'^2 - \frac{\mu}{r^2} + U_1 \right) - e \sin(\varphi - \omega) (-2r' \varphi' + r U_2) -$$

$$-e \sin(\varphi - \omega)r' \varphi' + k(1 + e \cos(\varphi - \omega))r' - e \sin(\varphi - \omega)r' \varphi' - e \cos(\varphi - \omega) r \varphi'^2 - k e \sin(\varphi - \omega) r \varphi' = -k\Psi_1.$$

$$D_t \Psi_2 = 2rr' \varphi' + r^2 \left(-2 \frac{r' \varphi'}{r} + U_2 \right) = r^2 U_2 = -k\Psi_2.$$

Разрешим систему этих уравнений относительно U_1, U_2 :

$$U_1 = \frac{\mu}{r^2} - kr' - \frac{1}{1 + e \cos(\varphi - \omega)} \left(r\varphi'^2 + k\Psi_1 - k\sqrt{\mu p} e \sin(\varphi - \omega) \right) \frac{1}{r},$$

$$U_2 = -\frac{k}{r^2} (r^2 \varphi' - \sqrt{\mu p}).$$

Тогда уравнение искомого синергетического регулятора принимает вид

$$\begin{cases} r'' = r\varphi'^2 - kr' - \frac{1}{1 + e \cos(\varphi - \omega)} \left(r\varphi'^2 + k\Psi_1 - k\sqrt{\mu p} e \sin(\varphi - \omega) \right) \frac{1}{r} \\ \varphi'' = -2 \frac{r' \varphi'}{r} - \frac{k}{r^2} (r^2 \varphi' - \sqrt{\mu p}) \end{cases}.$$

Здесь уместно сделать несколько замечаний. В работе [8] синтезирован закон управления для некруговых орбит методом поэтапной динамической декомпозиции [4]. Он получился достаточно сложным. В монографии [9] (смотри также [5]) автор использует те же первые интегралы системы (2) для вывода нового закона тяготения, который в предельном случае переходит в ньютоновский закон. В качестве примера использования этого закона рассмотрена задача управления межорбитальным перелётом. Из приведённых там графиков видно, что соответствующая тяга малой не является.

Нас интересует движение точки по произвольной начальной орбите с параметрами c_0, e_0, ω_0 , переходной процесс и её движения по наперёд заданной конечной орбите с параметрами c, e, ω . Без потери общности (с точностью до поворота этих траекторий вокруг центра силы) будем считать $\omega_0 = 0$.

S-модель спроектирована по такой системе дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} r'' = \begin{cases} r\varphi'^2 - \frac{\mu}{r^2}, & t \in [0, t_0] \\ r\varphi'^2 - kr' - \frac{1}{1 + e \cos(\varphi - \omega)} \times \\ \times \left(r\varphi'^2 + k\Psi_1 - k\sqrt{\mu p} e \sin(\varphi - \omega) \right) \frac{1}{r}, & t > t_0 \end{cases} \\ \varphi'' = \begin{cases} -2 \frac{r' \varphi'}{r}, & t \in [0, t_0] \\ -2 \frac{r' \varphi'}{r} - \frac{k}{r^2} \Psi_2, & t > t_0 \end{cases} \end{cases} \quad (4)$$

Выведем формулу ускорения точки при управлениях U_1, U_2 . Из $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ имеем

$$w^2 = x''^2 + y''^2 = (r'' - r\varphi'^2)^2 + (r\varphi'' + 2r'\varphi')^2 = \left(\frac{\mu}{r^2} - U_1 \right)^2 + (rU_2)^2 =$$

$$= \left(kr' + \frac{1}{1 + e \cos(\varphi - \omega)} \left(r\varphi'^2 + k\Psi_1 - k\sqrt{\mu p} e \sin(\varphi - \omega) \right) \frac{1}{r} \right)^2 + \frac{k^2}{r^2} (r^2\varphi' - \sqrt{\mu p})^2.$$

В нашем случае тяга двигателя (thrust) совпадает с дополнительным ускорением точки, возникающим при управлениях U_1, U_2 . Переходя в системе (3) к декартовым координатам (смотри (1)) получим вектор тяги $\bar{T} := \{\cos\varphi U_1 - \sin\varphi rU_2; \sin\varphi U_1 + \cos\varphi rU_2\}$, откуда

$$T^2 = U_1^2 + r^2 U_2^2 = \left(\frac{\mu}{r^2} - kr' - \frac{r\varphi'^2 + k\Psi_1 - k\sqrt{\mu p} e \sin(\varphi - \omega)}{1 + e \cos(\varphi - \omega)} \frac{1}{r} \right)^2 + \frac{k^2}{r^2} (r^2\varphi' - \sqrt{\mu p})^2. \quad (5)$$

Оценим асимптотическое поведение этой функции. Мы рассматриваем эллиптические орбиты, поэтому $|e| < 1$.

Так как $\Psi_2' = -k\Psi_2$, то $r^2\varphi' - \sqrt{p\mu} = r(t_0)^2\varphi'(t_0)e^{-k(t-t_0)}$. Это даёт оценку роста последнего слагаемого в (5).

Решая дифференциальное уравнение $D_t\Psi_1 = \psi'' + k\psi' = -k\psi' - k^2\psi$, получим $\psi = r + e \cos(\varphi - \omega)r - p = \psi(t_0)e^{-k(t-t_0)} + (\psi'(t_0) + k\psi(t_0))(t - t_0)e^{-k(t-t_0)}$, откуда при $t \rightarrow \infty$

$$r = \frac{p + O(te^{-kt})}{1 + e \cos(\varphi - \omega)}.$$

То есть функция $r(t)$ ограничена.

Решаем уравнения $\Psi_1' = -k\Psi_1$. $\Psi_1 = \psi' + k\psi = (\psi'(t_0) + k\psi(t_0))e^{-k(t-t_0)}$, откуда

$$\begin{aligned} \psi' &= (1 + e \cos(\varphi - \omega))r' - e \sin(\varphi - \omega)r\varphi' = \\ &= -k\psi + (\psi'(t_0) + k\psi(t_0))e^{-k(t-t_0)} = O(te^{-kt}). \end{aligned}$$

Продолжим оценку (5).

$$\frac{\mu}{r^2} - \frac{r\varphi'^2}{1 + e \cos(\varphi - \omega)} = \frac{\mu}{r^2} - \frac{r^4\varphi'^2}{r^3(1 + e \cos(\varphi - \omega))} = \frac{\mu}{r^2} - \frac{\mu p + O(e^{-kt})}{r^2(p + O(te^{-kt}))} = O(te^{-kt}).$$

$$\begin{aligned} -kr' + \frac{k\sqrt{\mu p} e \sin(\varphi - \omega)}{r(1 + e \cos(\varphi - \omega))} &= -\frac{ke \sin(\varphi - \omega)r\varphi'}{1 + e \cos(\varphi - \omega)} + O(te^{-kt}) + \frac{k\sqrt{p\mu} e \sin(\varphi - \omega)}{r(1 + e \cos(\varphi - \omega))} = \\ &= -\frac{ke \sin(\varphi - \omega)(\sqrt{p\mu} + O(e^{-kt}))}{r(1 + e \cos(\varphi - \omega))} + \frac{k\sqrt{p\mu} e \sin(\varphi - \omega)}{r(1 + e \cos(\varphi - \omega))} + O(te^{-kt}) = O(te^{-kt}). \end{aligned}$$

Из последних трёх оценок и (5) следует $|\bar{T}| = O(te^{-kt})$. Это значит, что начиная с некоторого момента тяга становится малой: $|\bar{T}(t)| < 1 \text{ мм/с}^2$. Соответствующий момент времени обозначим τ_{MT} .

Обсудим вопрос момента отключения двигателя. Его можно производить, когда расстояние между изображающей точкой фазового пространства $(r(t), r'(t), \varphi(t), \varphi'(t))$ и точкой

$$\left(\frac{p}{1 + e \cos(\varphi(t) - \omega)}, \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \sin(\varphi(t) - \omega), \varphi(t), \frac{\sqrt{\mu p}}{p^2} (1 + e \cos(\varphi(t) - \omega))^2 \right)$$

конечной орбиты с той же самой угловой координатой $\varphi(t)$, будет меньше наперёд заданной величины ε . То есть

$$\left(r(t) - \frac{p}{1 + e \cos(\varphi(t) - \omega)} \right)^2 + \left(r'(t) - \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \sin(\varphi(t) - \omega) \right)^2 + \left(\varphi'(t) - \frac{\sqrt{\mu p}}{p^2} (1 + e \cos(\varphi(t) - \omega))^2 \right)^2 \leq \varepsilon^2.$$

Соответствующий момент времени обозначим $\tau_{от}$.

Наконец, в качестве характеристик тяги будем брать максимальное её значение $\text{Max}T(t)$ и интеграл $\int_0^t T(\tau) d\tau$. Величина последнего означает, что либо $\text{Max}T(t)$ велико, но тогда длительность всплеска мала, либо $\text{Max}T(t)$ невелико, но тогда достижение малой тяги затягивается.

Тестирование S-модели, спроектированной по системе (4), для определения времени полёта по орбите с апогеем 327 км и перигеем 181 км (траектория полета Юрия Гагарина; Земля предполагается шаром с радиусом 6371 км) даёт удовлетворительный результат 89,4 мин.

Числовые расчёты на S-модели проводились для характерных орбит и поэтому единицей измерения брались гектокилометры (1 гкм=100 км).

4. Характеристики маневрирования как функции параметра k

Вычислим эти характеристики на конкретном примере. Рассмотрим перелёт с начальной круговой орбиты с параметрами $p_0 = 6371$ км, $e_0 = 0$, $\omega_0 = 0$ на конечную круговую орбиту с параметрами $p = 42164$ км, $e = 0$, $\omega = 0$. Исследуем влияние параметра k на время отключения двигателя $\tau_{от}$ при $\varepsilon = 0.0001$, максимальной тягу T двигателя, её интеграл по времени и число оборотов точки вокруг центра притяжения. При выбранном ε отклонение от конечной орбиты в момент $\tau_{от}$ составляет не более 10 м. Момент достижения двигателем малой тяги (1мм/сек²) обозначим $\tau_{мт}$.

Таб. 1. Зависимость между параметром k и характеристиками управления

k	$\tau_{от}$	MaxT км/сек ²	$\int T dt$	Число витков	Момент малой тяги $\tau_{мт}$
0.03	10 мин	32000	7.901	0	11.25 мин
0.01	30.1 мин	3600	2.634 (2.682)	0 (0.5)	30.1 мин
0.001	5.02 ч	28 (36)	0.262 (1.449)	0.5 (2.7)	5 ч
0.0001	50.17 ч	4.2 (1.3)	0.328 (12.96)	3.8 (>30)	23.1 ч

В скобках указаны результаты эксперимента, когда конечная орбита будет начальной, а начальная – конечной.

Из таблицы следует, что при $k=0.03$, манёвр осуществляется по кратчайшему пути: он проходит вдоль луча из центра силы. С уменьшением параметра k растёт число оборотов точки вокруг центра силы для реализации манёвра. При этом уменьшается максимальное значение тяги.

5. Маневрирование в случае касающихся орбит

Пусть две орбиты задаются параметрами $p_i, e_i, \omega_i, i = 1, 2, r_0, \varphi_0$ – их общая точка. Приведём формулу вектора скорости для орбиты с параметрами p, e, ω .

$$v = \{r' \cos \varphi - \sin \varphi r \varphi', r' \sin \varphi + \cos \varphi r \varphi'\} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \{-\sin \varphi - e \sin \omega, \cos \varphi + e \cos \omega\}.$$

Тогда условие параллельности векторов скорости для орбит в этой точке пересечения примет вид

$$\frac{\sin \varphi_0 + e_1 \sin \omega_1}{\sin \varphi_0 + e_2 \sin \omega_2} = \frac{\cos \varphi_0 + e_1 \cos \omega_1}{\cos \varphi_0 + e_2 \cos \omega_2},$$

и после упрощения

$$\frac{1}{e_2} \sin(\omega_1 - \varphi_0) - \frac{1}{e_1} \sin(\omega_2 - \varphi_0) = \sin(\omega_2 - \omega_1).$$

Рассмотрим на примере задачу о манёвре между орбитами, имеющими общую точку касания, которая будет и точкой схода с начальной орбиты. Пусть начальная орбита имеет параметры $p_1 = 9600, e_1 = 0,5, \omega_1 = 0$, и выберем точку схода с неё $\varphi_0 = \pi/6$. Положим $\omega_2 = -\pi/6$ и по последней формуле вычислим $e_2 = 0.224009238$. Учитывая, что точка схода является общей для двух орбит, находим $p_2 = 7449.511318$. На Рис. 3 изображены эти соприкасающиеся орбиты.

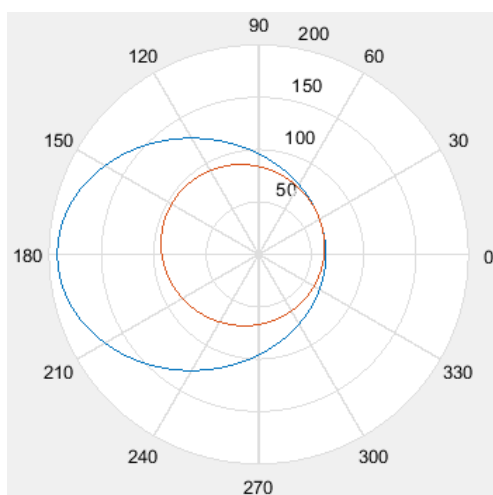


Рис. 3. Соприкасающиеся орбиты

При $k=0.001$ максимум тяги равен $\text{Max } T=2.9 \text{ кгм/с}^2$. При этом момент достижения двигателем малой тяги равен $\tau_{\text{MT}} = 2.1 \text{ ч}$. Численные эксперименты показывают, что участок перехода с одной орбиты на другую отсутствует: точка в момент схода сразу попадает на конечную орбиту.

Последний факт также имеет место, если поменять местами начальную и конечную орбиты и если брать разные значения параметра k .

6. Выбор точки схода с орбиты

На примере двух непересекающихся орбит исследуем численно зависимость максимального значения тяги от точки схода с начальной орбиты. Выберем параметры начальной орбиты $p_1 = 8911$ км, $e_1 = 0,33$, $\omega_1 = 0$, а параметры конечной орбиты $p_2 = 18200$ км, $e_2 = 0.492$, $\omega_2 = \pi/3$. Точки на начальной орбите выбраны с шагом $=30^\circ$. Значения параметра $k=0.01, 0.001, 0.0001$. Орбиты изображены на Рис. 4.

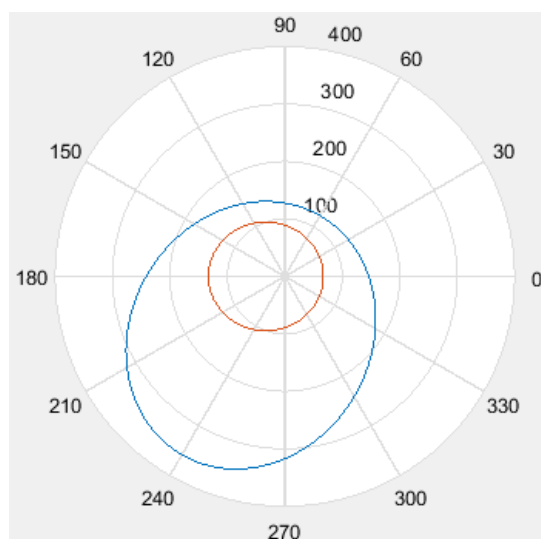


Рис. 4. Непересекающиеся орбиты

В результате численных экспериментов получена следующая таблица. Тяга измеряется в $кгм/с^2$.

Таб. 2. Максимальные значения тяги как функции угла схода с начальной орбиты

$k \setminus \varphi$	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330
0.01	710	520	420	370	400	600	1130	2000	2500	2200	1600	1030
0.001	3.8	3.8	4	4.7	6.4	10.2	17.3	26	27	16.6	6.8	4.3
0.0001	1.3	1	1.2	1.4	1.3	5	74	550	153	21	4.4	3.1

Обсудим результаты эксперимента.

1. На Рис.4 видно, что наименьшее расстояние между орбитами (вдоль лучей из центра силы) достигается на направления 90° . Наибольшее расстояние – на направлении 240° . Из таблицы видно, что для получения наименьшей максимальной тяги точку схода следует брать в диапазоне $30^\circ - 60^\circ$ в зависимости от значения параметра k . Для получения наибольшей максимальной тяги точку схода следует брать в диапазоне $210^\circ - 240^\circ$.

2. При $k=0.01$ движение точки происходит вдоль луча из центра силы, поэтому минимальное и максимальное значения достигаются именно на направлениях 90° и 240° .

3. Чем меньше k , тем раньше должна быть точка схода, чтобы получить соответствующий экстремум тяги.

7. Заключение

1. Предложено параметрическое семейство синергетических управлений межорбитальным манёвром материальной точки в ньютоновском гравитационном поле.

Численные эксперименты с S-моделью соответствующего регулятора позволяют сделать следующие выводы и предположения.

2. При малых значениях параметра соответствующая тяга близка к «малой тяге», переходной время и число витков для достижения конечной орбиты велико. При больших значениях параметра соответствующая тяга близка к «большой тяге», переходное время мало, а переходной участок близок к отрезку луча между орбитами, выходящего из центра силы.

3. Если начальная и конечная орбиты соприкасаются и точка схода совпадает с точкой касания, то переходной участок отсутствует: точка сразу переходит на конечную орбиту.

4. Для двух непересекающихся траекторий выяснились точки схода (в терминах угла), при которых максимальное значения тяги на временном отрезке перехода достигает наименьшего или наибольшего значения относительно этой точки. Оказалось, что эти точки схода должны предшествовать соответственно наименьшему и наибольшему расстоянию между траекториями.

Литература

- [1] Охочимский Д. Е. Сихарулидзе Ю.Г. Основы механики космического полёта. М.: Наука, 1990
- [2] Суханов А. А. Астродинамика. М.: ИКИ РАН, 2010
- [3] Современное состояние механики космического полёта. Серия: «Механика космического полёта». Ред. Гуревич Ю. Г. М.: Наука, 1969
- [4] Колесников А. А. Синергетические методы управления сложными системами. Теория системного анализа. М.: КомКнига, 2006
- [5] Колесников А. А. Веселов Г. Е. Попов А. Н. Синергетическая теория управления. Электронный учебник. Таганрог: Южный федеральный университет, 2011-2014. <http://synergetics.scp.sfedu.ru/biblio.html>
- [6] Дубошин Г. Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. М: Наука, 1975
- [7] Дэбни Дж., Харман Т. Simulink 4. Секреты мастерства. М.: БИНОМ. Лаборатория Знаний, 2003
- [8] Зеленина Н. А., Попов А. Н. Синергетическое управление процессами орбитального маневрирования. Сборник трудов 7-й Всероссийской научной конференции «Системный синтез и прикладная синергетика» (ССПС-2015). – Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2015
- [9] Колесников А. А. Гравитация и самоорганизация. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2016

Synergetic control of a material point in a gravitational field

Bratishchev A.V., Zhivolup A.V. **

Don State Technical University

* avbratishchev@spark.mail.ru

** auditore1911@bk.ru

Abstract. The problem of controlling the interorbital maneuvers of a point in a gravitational field is considered. Using the first integrals of the system, a fairly simple synergetic regulator was designed. With its help, the problem of choosing the optimal point of departure from the initial orbit is investigated. At the same time, the maximum value of the thrust generated by the control is selected as a criterion. The problem of transition from the initial to the final orbit in the case of orbits touching is considered. The question of choosing a parameter defining the control vector is investigated.

Keywords: gravitational field, elliptical orbit, interorbital maneuver, synergetic control