ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
И
ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ
N 1, 1997
Электронный журнал,
рег. N П23275 от 07.03.97

http://www.neva.ru/journal
e-mail: diff@osipenko.stu.neva.ru

Теория обыкновенных дифференциальных уравнений

Сравнительный анализ математических моделей и подходов к моделированию и анализу непрерывно–дискретных систем.

Е.Ю. Парийская

Россия, 191187, Санкт-Петербург, Кутузовская наб., д.10
Институт теоретической астрономии РАН,
e-mail: epar@homesao.spb.su

Аннотация.

В статье рассмотрены некоторые математические модели непрерывно–дискретных систем, состоящих из большого числа параллельно развивающихся и взаимодействующих элементов, поведение которых описывается непрерывными и дискретными процессами. Результатом сравнительного анализа является доказательство приводимости представленных математических моделей к друг другу, на основании чего может быть сделан вывод о том, что термины "смешанная система","событийно-управляемая система","агрегативная система", "непрерывно–дискретная система", "система переменной структуры", "гибридная система"являются синонимами. Из анализа различных подходов к исследованию непрерывно–дискретных систем следует, что на сегоднешний день не существует подхода к моделированию и анализу этого класса сложных систем, в котором бы равноправно и логично сосуществовали методы исследования дискретной и непрерывной компоненты.

1. Вводные замечания

Непрерывно–дискретные системы — это параллельные и распределенные динамические системы, состоящие из большого числа элементов различной природы, а именно из элементов, поведение которых описывается непрерывными процессами, имеющими конечную длительность, и элементов, поведение которых описывается дискретными процессами, время реакции на события в которых несущественно для анализа системы.

Несмотря на то, что непрерывно–дискретная система имеет много общего с дискретными параллельными и распределенными системами, она не может быть сведена к чисто дискретным моделям, так как динамика ее непрерывных компонент достаточно сложна. С другой стороны, описание ее в рамках классической теории динамических систем затруднительно, так как в ней могут возникать события, в результате которых мгновенно меняется глобальное поведение и структура системы. При этом одно событие может порождать другие, а сам дискретный процесс, результатом которого является выбор нового поведения, описывается нетривиальным дискретным алгоритмом, который в общем случае можно представить графом мгновенных переходов.

Невозможность представления непрерывно–дискретной системы чисто дискретными или чисто динамическими моделями позволяет выделить эти системы в отдельный класс систем, поведение которых описывается бесконечной последовательностью сменяющих друг друга длительных непрерывных и мгновенных дискретных поведений (рис.1).

В разное время предлагались различные математические модели непрерывно–дискретных систем: агрегативная система Н.П.Бусленко (1965 год, [2]), непрерывно–дискретная система В.М.Глушкова (1973 год, [3]), гибридная система (1990 год, [7]) и многие другие.

Примечательно, что каждый из авторов (или групп авторов), предлагая свою модель и новый формализм описания, предполагал, что определяет таким образом новый класс сложных систем. В зависимости от того, к какой области авторы тяготели больше, они расставляли акценты в моделях, выделяли существенные и несущественные свойства и базовые понятия.

Результат анализа показывает, что в действительности все эти формализмы описывают один и тот же класс систем. В первой части статьи представлено доказательство приводимости гибридной модели А.Пнуэли, агрегата Н.П.Бусленко и непрерывно–дискретной модели В.М.Глушкова друг

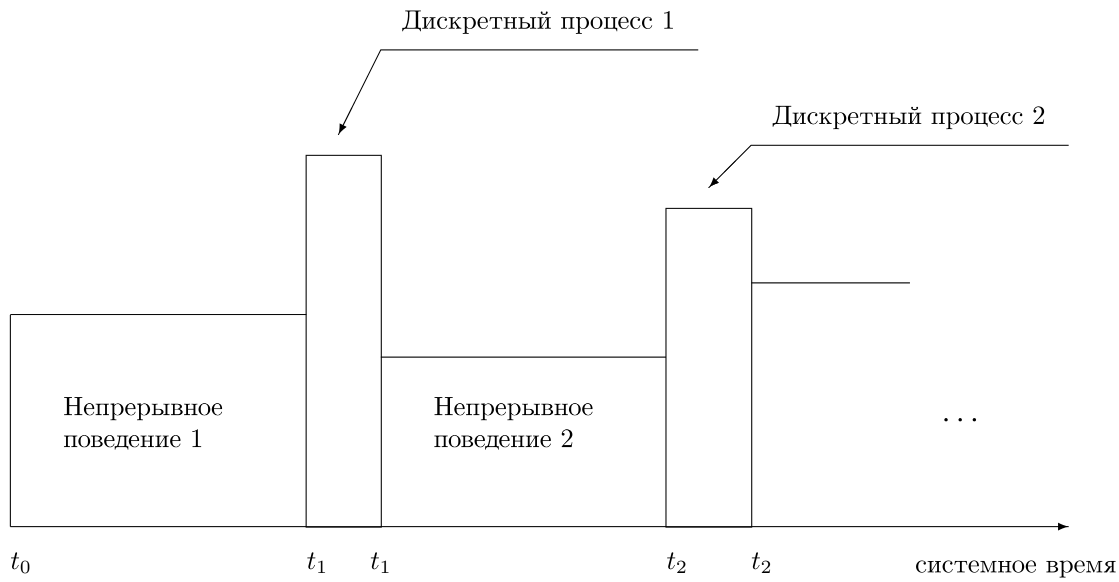

Рис. 1. Схема поведения непрерывно-дискретной системы.

к другу. Другие математические модели, предлагаемые для исследования непрерывно–дискретных систем, могут быть приведены друг к другу аналогичным образом. Таким образом, может быть сделан вывод о том, что термины "смешанная система","событийно-управляемая система","агрегативная система", "непрерывно–дискретная система", "система переменной структуры", "гибридная система"являются синонимами.

С формальной точки зрения достаточно определить непрерывно–дискретную систему как нестационарную динамическую систему с непрерывным временем (в соответствии с классификацией, предложенной Р.Калманом в математический теории систем, [1]). Однако, в задачах моделирования и анализа необходимо использовать математические модели, более конкретно отражающие специфику поведения непрерывно–дискретной системы. В конце второй части статьи предлагается наиболее полное, выразительное и информативное с нашей точки зрения формальное определение математической модели непрерывно–дискретной системы. Одинаковый уровень описания базовых элементов непрерывной и дискретной компоненты в новой модели делает возможным совместное использование как непрерывных так и дискретных методов исследования. Эта математическая модель, как нам кажется, может быть положена в основу новой технологии моделирования непрерывно–дискретных систем, о которой говорится далее.

В третьей части обсуждается тезис, выдвинутый в свое время одним из основателей направления гибридных систем О. Малером [18], о принципиальной разнице между понятием реактивной системы (а, следовательно, и гибридной системы) и динамической системой в классическом понимании; показано к какому классу динамических систем (в классификации Р.Калмана) относятся реактивная и гибридная системы.

Предлагаемые различными авторами математические модели демонстрируют различные подходы к моделированию и анализу непрерывно–дискретных систем.

Н.П.Бусленко определяет непрерывно–дискретную систему как сложную динамическую систему фиксированной структуры с выделенными особыми состояниями (которые эквивалентны понятию события в теории параллельных дискретных систем) и возможностью в них мгновенного изменения значений переметров и мгновенной смены поведения. Предлагаемый метод исследования — численное моделирование.

В.М.Глушков определяет математическую модель нерывно–дискретной системы на базе дискретного событийного подхода. Особенностью его модели является возможность смены структуры системы путем порождения, удаления, активизации и пассивизации одних элементов системы другими в процессе их параллельного развития. Реализованная на базе этой математической модели система моделирования НЕДИС моделирует поведение системы последовательной выборкой из календаря планирования событий с возможностью использования непрерывных численных методов ("интеграторов") как подпрограмм более низкого уровня.

В современном подходе к исследованию непрерывно–дискретных систем, появившемся в начале 90-х годов (А.Пнуэли, Д.Харел) и базирующемся на достижениях в области символьных вычислений и теории реактивных систем, в качестве математической модели предлагается гибридный автомат. Гибридный автомат определяется как система переходов (некоторая дискретная конструкция), в которой каждой вершине соответствует область пространства состояний системы, характеризующая ее непрерывное поведение между событиями, приводящими к смене поведения. Этим событиям в свою очередь соответствуют дуги системы переходов.

Разработка программных комплексов, автоматизирущих процессы моделирования и анализа непрерывно–дискретных систем, в связи с повышением требований к надежности систем автоматического управления является сегодня актуальной задачей, для решения которой привлекаются современные технологии математического моделирования непрерывных и дискретных процессов.

В некоторых современных универсальных вычислительных системах моделирования имеется возможность специфицировать и исследовать непрерывно–дискретные системы, строя их из базовых непрерывных и дискретных элементов или описывая их поведение непосредственно на языке реализации.

В большинстве из них возможно моделирование непрерывно–дискретных систем с фиксированной структурой, фиксированным поведением и с разрывами в значениях параметров (универсальный пакет моделирования Simulink [19], система моделирования сложных встроенных систем управления VisSim[1] и др).

Существует также ряд специально разработанных пакетов для моделирования непрерывно-дискретных систем. К ним относятся, например, вычислительная система имитационного моделирования TESS [5], пакет моделирования Model Vision for Windows [15], программный комплекс автоматического проектирования сложных встроенных систем Statemate MAGNUM[1] , технологический комплекс моделирования и анализа встроенных систем на базе объектно–ориентированного подхода i-Logic Rhapsody[1], система автоматической верификации и моделирования HyTech [12] и другие.

Анализ методов моделирования, которые используются в современных вычислительных комплексах показывает, что на сегодня используются только два подхода к исследованию непрерывно–дискретных систем:

— представление поведения системы последовательностью классических динамических систем

— упрощение непрерывной части (или замена ее параметрическими оценками) и использование методов моделирования и анализа дискретных процессов.

Таким образом, на сегодня не существует подхода к моделированию и анализу непрерывно–дискретных систем, в котором бы равноправно сосуществовали методы исследования дискретной и непрерывной компоненты. Существующие системы моделирования реализуют лишь ограниченное расширение базовых непрерывных или дискретных моделей и методов.

С другой стороны, наблюдая за развитием в области исследования непрерывно–дискретных систем, нельзя не заметить, что в последние несколь-

[1]информация о системах может быть найдена в международной компьютерной сети InterNet, http://www.vissim.com/vissim.htm

ко лет явно прослеживается тенденция к сближению и попытке совместного использования технологий математического моделирования непрерывных и дискретных процессов. Бурное развитие символьного анализа, появление технологии символьных вычислений (пакеты символьных вычислений Mathematica [13], Maple [14]), также оказываются полезными при исследовании сложных, и ,в частности, непрерывно–дискретных систем. Поэтому кажется необходимым и естественным появление в ближайшем будушем технологии моделирования и анализа непрерывно–дискретных систем, объединяющей элементы инструментальной базы непрерывного и дискретного математического моделирования и технологию символьных вычислений.

В основу новой технологии должен быть положен принцип декомпозиции системы на две равноправные (равнозначные) компоненты — непрерывную и дискретную — и использование для каждой из них оптимальных инструментов моделирования и анализа. Примером одной из первых разработок вычислительного комплекса, демонстрирующего внедрение этого принципа, может служить система моделирования непрерывно–дискретных систем Model Vision 3.0 for Windows ([16],[17]). В ней делается попытка упрощения процедуры моделирования, применяя автоматизированные методы качественного анализа и синтеза теории реактивных систем для дискретной компоненты и для дискретных периодов поведения системы.

Проводимые автором статьи исследования нацелены на внедрение дискретных методов анализа и символьной технологии в системы моделирования непрерывно–дискретных систем и реализацию этой идеи в системе Model Vision 3.0 for Windows.

2. Математические модели непрерывно-дискретных систем и их сравнительный анализ

2.1. Непрерывно–дискретные системы и теория систем

Динамическая система общего вида в классическом понимании ([1]) представляет собой систему типа "вход–выход", обладающую всего двумя свойствами:

• значение выходной величины в любой момент времени зависит от состояния системы, под которым подразумевается некоторая часть информации о настоящем и прошлом системы

• система должна быть "причинной"в том смысле, что множество моментов времени упорядочено и что прошлое влияет на будущее, но не наоборот (знание состояния $x(t_1)$ и входного воздействия в интервале времени $(t_1, t_2]$ является необходимым и достаточным условием, позволяющим определить состояние $x(t_2)$ если $t_1 < t_2$).

Другими словами, математическое понятие динамической системы — это не более чем формализация описания потока причинно–следственных связей из прошлого в будущее.

Формальное определение динамической системы можно найти, например, у Р.Калмана (1971г.), [1]:

Определение 2.1.1. *Динамической системой называется конструкция:*

$$\Sigma \;=\; \Big\{\; T\;,\;\; X\;,\;\; U\;,\;\; \Omega\;,\;\; Y\;,\;\; \Gamma\;,\;\; \varphi\;,\;\; \eta\;\Big\}, \tag{1}$$

где

T *— упорядоченное множество моментов времени,* $T \subseteq R$

X *— множество состояний (состоянием динамической системы называется вектор значений переменных системы)*

U *— множество значений входных воздействий*

$\Omega = \{\omega : T \to U\}$ *— набор функций входных воздействий. Отрезок входного воздействия* $\omega_{(t_0,t_1]}$ *является "историей"входных сигналов в период* $(t_0, t_1], t_0, t_1 \in T$

Ω *должна обладать свойствами:*

1. $\Omega \neq 0$

2. Для любых $\omega, \omega' \in \Omega$ *и произвольных* $t_1 < t_2 < t_3$ *найдется* $\omega'' \in \Omega$, *т.ч.:* $\omega''_{(t_1,t_2]} = \omega_{(t_1,t_2]}$ *и* $\omega''_{(t_2,t_3]} = \omega'_{(t_2,t_3]}$ *Это свойство называется "сочленением входных воздействий"и фактически определяет входные воздействия как всевозможные комбинации значений области* U

Y *— множество выходных величин*

$\Gamma = \{\gamma : T \to Y\}$ *— набор функций порождения выходных величин*

$\varphi : T \times T \times X \times \Omega \to X$ *— переходная функция состояния.*

$x(t) = \varphi(t; x_0, t_0, \omega)$, *где* x *— состояние системы в момент* t, *если в начальный момент* t_0 *она находилась в начальном состоянии* x_0 *и была подвержена входному воздействию* ω

φ должна обладать свойствами:

1. существует начальный момент времени $\tau \in T$, φ определена для $\forall\ t \geq \tau$ и не обязательно для $t < \tau$

2. "согласованность": $\forall\ t \in T, x \in X, \omega \in \Omega$: $\varphi(t; t, x, \omega) = x$

3. $\forall\ t_1 < t_2 < t_3$ и $x \in X, \omega \in \Omega$: $\varphi(t_3; t_1, x, \omega) = \varphi(t_3, t_2, \varphi(t_2; t_1, x, \omega), \omega)$

4. "причинность": Если $\omega, \omega' \in \Omega$ и $\omega_{(\tau,t]} = \omega'_{(\tau,t]}$, то

$\varphi(t; \tau, x, \omega) = \varphi(t; \tau, x, \omega')$

$\eta : T \times X \to Y$ *– выходное отображение, определяющее поток выходных величин*

Событием системы Σ называется пара $< t, x >$.

Траекторией называется функция φ в пространстве событий $T \times X$.

Управлением называется входное воздействие ω.

Современное представление о динамической системе оказывается еще более общим и заключается в том, что динамическую систему образует некоторая модель времени и *любой* набор траекторий (без уточнения множеств входных, выходных и управляющих переменных), см. например [4].

Свойства динамических систем, определяющие их классификацию, задаются уточнением структур соответствующих множеств T, X, Ω, Y, Γ и выделением классов функций φ и η определения 2.1.1.

В классификации, предложенной Р.Калманом в математической теории систем ([1]), выделены классы стационарных, конечномерных, дискретных, линейных и гладких динамических систем.

Динамическая система называется *стационарной*, если:

a) T – аддитивная группа

b) Ω замкнуто относительно оператора сдвига $z^\tau : \omega \to \omega'$, определяемого соотношением $\omega'(t) = \omega(t + \tau), \forall\ t, \tau \in T$

c) $\forall\ s \in T \quad \varphi(t; \tau, x, \omega) = \varphi(t + s; \tau + s, x, z^s\omega)$

d) отображение η не зависит от t.

Динамическая система называется системой *с непрерывным временем (с дискретным временем)* если $T = R$ $(T = Z)$.

Динамическая система называется *конечномерной* размерности $dim\Sigma$, если

X является конечномерным линейным пространством размерности $dim X_\Sigma$. Динамическая система называется *конечной*, если X конечно.

Динамическая система называется *линейной*, если:

a) X, U, Ω, Y, Γ суть векторные пространства (над заданным произвольным полем K)

b) отображение $\varphi(t; \tau, \cdot, \cdot)$ является K-линейным для любых t, τ

c) отображение η является K-линейным для любых t.

Динамическая система называется *гладкой*, если:

a) $T = R$ (с обычной топологией)

b) X, Ω суть топологические пространства

c) $\varphi \in C^1(T \to X)$ — то есть переходная функция φ удовлетворяет некоторому дифференциальному уравнению.

Динамическая система, поведение которой имеет сложный непрерывно–дискретный характер, изображенный на рис.1, очевидно, имеет кусочно–непрерывную переходную функцию состояния φ, а множество ее функций входных воздействий Ω должно быть представлено всевозможными последовательностями событий, приводящих к смене поведения. Такая система, очевидно, не удовлетворяет необходимым требованиям стационарности, ее переходная функция всегда не гладкая, и в общем случае не линейная.

Следовательно, *непрерывно–дискретная система относится к классу нестационарных конечномерных динамических систем с непрерывным временем.*

2.2. Модели непрерывно–дискретных систем

В этой части рассматриваются три математические модели, представляющие агрегативное, непрерывно–дискретное и гибридное направления исследования сложных систем, поведение которых может быть описано схемой, изображенной на рис 1.

Н.П.Бусленко ([2]) рассматривает непрерывно–дискретные системы как обобщающий (самый общий и самый сложный) класс сложных систем и называет такие системы агрегативными. Понятие агрегата вместе с разработанными для него моделирующими алгоритмами использовалось при создании систем автоматического моделирования для сложных систем управления в 70-х годах.

Определение 2.2.1. *Агрегатом называется следующая математическая модель:*

$$A \;=\; \Big\{\; T\;,\;\; Z\;,\;\; X\;,\;\; \Gamma\;,\;\; Y\;,\;\; H\;,\;\; G\;\Big\}, \tag{2}$$

где

$T = [0, T_f] \subset R$ — *интервал моделирования (обычно конечный)*

Z — *множество состояний (фазовое пространство),*

$z = (z_1, z_2, \ldots, z_l)$, *где* $z_1, \ldots z_l$ — *фазовые координаты.*

$\{z(t)\}$ — *фазовые траектории*

$\{z(0)\}$ — *множество начальных состояний*

X — *множество входных сигналов* ($x = [x^{(1)}, \ldots, x^{(l)}]$, *где* l – *число "входных контактов", каждый из которых принимает сигналы своего типа). Моменты прихода входных сигналов определяются через временную последовательность* $\{t_j\}, t_j \in T$. *Последовательность событий* $< t_j, x_j >, x_j \in X$ *называется последовательностью приема входных сигналов*

Γ – *множество управляющих (особенных) сигналов* ($g = [g^{(1)}, \ldots, g^{(r)}]$, *где* r – *число "особенных входных контактов") Моменты прихода управляющих сигналов определяются через временную последовательность* $\{\tau_i\}$, $\tau_i \in T$. *Последовательность событий* $< \tau_i, g_i >, g_i \in \Gamma$ *называется последовательностью приема управляющих сигналов*

Y — *множество выходных сигналов. Моменты выдачи выходных сигналов определяются через временную последовательность* $\{\xi_k\}, \xi_k \in T$, *в которой каждый элемент* ξ_k *соответствует моменту пересечения фазовой траектории* $z(t)$ *границы некоторого множества из системы множеств* $\{Z_y\}$, *определенной на пространстве состояний* Z *заданием набора предикатов над* Z. *Последовательность событий* $< \xi_k, y_k >, y_i \in Y$ *называется последовательностью выдачи выходных сигналов*

$H = \{V_x, V_g, V_{gx}, W, U\}$ – *оператор переходов, который определяет текущее состояние по предистории:*

$z(t) = H[z(0), t]$.

V_x, V_g, V_{gx} — *операторы формирования новых начальных условий при приеме очередного входного, управляющего сигналов и одновременного их* *приема соответственно (V_g формирует новое поведение, V_x формирует только новые значения параметров); W — оператор формирования новых начальных условий (как и V_x, только значений параметров) в момент выдачи выходного сигнала; U — оператор поведения на временных интервалах между событиями*

$G = G_? \cup G_!$ — оператор выходов, $G_?$ — оператор проверки условия выдачи выходного сигнала, $G_!$ — генератор выходного сигнала:

$y(t) = G[z(0), t]$

В общем случае все последовательности событий в агрегате являются реализациями случайных последовательностей с заданными законами распределения, оператор H также является случайным оператором, то есть любому $z(0)$ соответствует множество значений $z(t)$ с некоторым законом распределения.

Замечание 2.2.1. *Состояние агрегата в момент получения входных и управляющих сигналов или выдачи выходного сигнала называется "особым", в эти моменты состояние агрегата может измениться скачкообразно.*

В случае одновременного наступления нескольких событий наивысший приоритет назначается событиям, приводящим к выдаче выходных сигналов.

Замечание 2.2.2. *Определение 2.2.1 описывает более узкий класс динамических систем, чем определение 2.1.1, в нем текущее состояние определяется не последовательностью внешних сигналов, а последним управляющим и последним входным (выходным) сигналом.*

Модель агрегата может быть использована как модель всей непрерывно–дискретной системы или ее элемента. В последнем случае система представляется сетью агрегатов с фиксированными каналами связей.

Определение 2.2.2. *Агрегативной системой называется любая совокупность агрегатов, если передача информации между ними происходит мгновенно и без искажений.*

Агрегативная система называется *комплексом*, если любой агрегат в ней соединен хотя бы с одним агрегатом системы. Агрегативная система называется *m–фазной*, если состоит из m последовательно соединенных комплексов. Агрегативная система называется *m–канальной*, если состоит из m параллельно соединенных комплексов. Агрегативная система называется *строго иерархичной*, если в ней можно выделить подчиненные и управляющие комплексы, то есть если существует (управляющий) комплекс, входная информация которого служит управляющей информацией другого (подчиненного) комплекса.

Среди агрегатов выделяются некоторые подклассы, для которых возможно более простое решение задачи моделирования. Классификация агрегатов определяется по виду оператора U. Непример, *кусочно-линейным* агрегатом называется агрегат у которого пространство состояний Z определенным образом структурировано [2] и оператор U линейный.

К типичным примерам кусочно-линейных агрегатов можно отнести вероятностный автомат, математическую модель системы массового обслуживания или систему ОДУ, представленную конечно-разностными уравнениями.

Моделирование поведения агрегата и агрегативной системы заключается в построении последовательности переходов из одного особого состояния в другое, причисляя к множеству особых состояний $z(0)$. Такой подход к моделированию, предложенный Н.П.Бусленко и основанный на принципе "особых состояний", фактически являлся первой попыткой учета дискретности в методах исследования непрерывно–дискретных систем.

Другой формализм описания поведения непрерывно–дискретных систем был предложен В.М.Глушковым в 1973 году ([3]) и реализован в системе моделирования НЕДИС. Формализм включает в себя математическую модель непрерывно–дискретной системы, язык спецификации, а также набор процедур и функций реализации моделирующего алгоритма.

[2] А именно: выделяются "основные состояния" $v = 0, 1, 2, \ldots$, соответствующие качественно различным состояниям агрегата и дополнительные координаты, которые характеризуют количественные изменения для каждого основного состояния (компонентами вектора дополнительных координат являются фазовые координаты, значимые для данного основного состояния v, их количество определяет ранг $\|v\|$ основного состояния).

Пространство Z разбивается на выпуклые многогранники

$$Z = \cup_{v \in I} Z^{(v)}, dim Z^{(v)} = \|v\|$$

Подмножество $\{Z_y\}$, определяющее особые состояния, соответствующие выдачи выходных сигналов, совпадает с гранями многогранников, а составляющие операторы U и W оператора переходов H имеют вид:

$$U : z(t) = \begin{cases} v(t) = v = const \\ z^{(v)}(t) = z(v)(t_*) + \alpha^{(v)}(t - t_*) \end{cases}$$

$$W : z(t_* + 0) = (v, z^{(v)}(t_* + 0))$$

где $z^{(v)}(t_* + 0)$ — некоторая внутренняя точка нового многогранника $Z^{(v)}$. Момент скачка t_* определяется моментом пересечения траектории с ближайшей гранью многогранника текущего основного состояния.

В противоположность агрегативному подходу, моделирующий алгоритм В.М.Глушкова базируется на дискретном событийном подходе к моделированию сложных систем.

Определение 2.2.3. *Непрерывно-дискретной системой называется следующая математическая модель:*

$$S \;=\; \Big\{\; T\;,\;\; P\;,\;\; e\;,\;\; E\;,\;\; K\;,\;\; F\;\Big\}, \tag{3}$$

где

$T = \{t_i\}, t_i \in R_{\geq 0}$ — *дискретная модель времени*

P — *множество классов процессов*

e — *множество классов событий (причин мгновенной смены поведения и структуры системы)*

E — *множество алгоритмов классов событий (подготовительных дискретных действвий при переходе к новому поведению системы). К элементарным действвиям относятся пассивизация, активизация, порождение и уничтожение процессов, изменение значений переменных процесса и запись в календарь планирования событий отметки о будущем событии*

$K = \{< t_i, e_i >,\ L\}$ — *календарь планирования событий, в который записываются отметки о событиях отдельными объектами и с помощью которого описывается динамика системы. Планирование события подразумевает явное задание момента его наступления или задание условия L его наступления через предикат (планирование события по условию)*

F — *список уравнений, характеризующих локальные поведения процессов во временных интервалах между событиями*

Структура процесса и его поведение описывается следующей математической моделью:

$$P \;=\; \Big\{\; X\;,\;\; Y\;,\;\; V_s\;,\;\; V_d\;,\;\; B\;\Big\}, \tag{4}$$

где

X, Y — *каналы входа и выхода*

V_s — *множество статических переменных процесса, которые задаются алгебраическими выражениями и могут меняться только при исполнении алгоритмов событий*

V_d — *множество "переменных–функций" – динамических переменных, которые задаются дифференциальными уравнениями из множества F*

B — тело процесса, содержащее описания его всевозможных поведений

Замечание 2.2.3. *Изменение значений переменных–функций является механизмом смены поведения объекта и системы в целом. Порождение и удаление процессов соответствует динамическому созданию и удалению экземпляров классов и является механизмом смены структуры системы.*

Под моделированием поведения непрерывно-дискретной системы понимается построение множества последовательностей событий, приводящих к смене ее поведения и структуры, причисляя к событию нечальное состояние системы. Глобальное поведение моделируется с помощью специального процесса–монитора, который продвигает системное время в соответствии с календарем планирования событий или в соответствии с анализом времени наступления события, которое планируется по условию. Процесс моделирования заканчивается, когда календарь событий оказывается пустым.

Покажем, что непрерывно–дискретная модель В.М.Глушкова может быть описана в терминах агрегативного подхода.

Теорема 2.2.1. *Непрерывно-дискретная модель В.М.Глушкова представима A-комплексом с моделью каналов связей типа "кажный с каждым".*

Действительно, можно представить процесс непрерывно–дискретной системы В.М.Глушкова агрегатом:

$$A_P \ = \ \Big\{ \ T \ , \ \ Z \ , \ \ X \ , \ \ \Gamma \ , \ \ Y \ , \ \ H \ , \ \ G \ \Big\}, \tag{5}$$

в котором

$T \subseteq R_{\geq 0}$ — дискретная модель времени расширяется до непрерывной

$Z = V_s^{(P)} \cap V_d^{(P)}$ — фазовое пространство суть область значений переменных процесса P

$X = e_1 \subset e$ — множество входных сигналов суть подмножество событий непрерывно–дискретной модели, алгоритмы которых $E(e_1)$ содержат операции изменения значений переменных V_s данного процесса

$\Gamma = e_2 \cap e_{Init}, \ e_2 \subset e$ — множество управляющих сигналов суть подмножество событий непрерывно–дискретной модели, алгоритмы которых $E(e_2)$ содержат операции смены поведения и структуры (активизация, пассивизация, порождение, удаление, присвоение значений переменным V_d) данного процесса, плюс сигнал e_{Init}, соответствующий событию начального запуска системы, в алгоритм которого входит инициализация переменных всех процессов, и в частности данного (для динамически порождаемого процесса определим например $E_{Init} = \{Z := 0\}$)

$Y = e(L) \subset e$ — множество выходных сигналов суть подмножество событий непрерывно–дискретной модели, планируемых по условию, для которых в L входят переменные данного процесса. Список этих условий определяет разбиение фазового пространства Z на систему подмножеств $\{Z_y\}$.

$H = \{V_x, V_g, W, U\}$ — оператор глобального поведения процесса P, в котором $V_x = \{E(e_1)\}, V_g = \{E(e_2)\}$ — алгоритмы событий множеств e_1 и e_2 соответственно; $W = \{E(e_L)\}$ — алгоритмы событий множества e_L; $U = F^{(P)}(V_d^{(P)}) \cap F_{Idle}$ — все возможные локальные поведения процесса P из списка F плюс дополнительно введенная функция F_{Idle}, описывающая "никакое"поведение процесса до запуска, после удаления или в период его пассивности в непрерывно–дискретной модели (например, можно определить $F_{Idle} = \{Z = const\}$).

$G = G_? \cap G_!$ — оператор выходов, в котором $G_?$ есть оператор проверки условий $L^{(P)}$, $G_!$ — генератор выдачи сигналов типа активизации, пассивизации и пр. для других процессов. Фактически, оператор G частично выполняет функции процесса–монитора в непрерывно–дискретной модели В.М.Глушкова.

Всю непрерывно–дискретную систему можно представить А-комплексом с моделью каналов связей типа "кажный с каждым", в котором число агрегатов соответствует максимальному числу процессов с учетом порождаемых во время функционирования.

Из данного построения видно, что множества входных, выходных и управляющих сигналов агрегата включают в себя описание всех возможных классов событий, приводящих к смене поведения и структуры непрерывно–дискретной системы и событие начального запуска и не содержат никаких других сигналов. Это означает, что каждому событию некоторого процесса непрерывно–дискретной системы соответствует единственное особое состояние соответствующего агрегата, и, следовательно, каждой цепочке событий непрерывно–дискретной системы соответствует единственная последовательность особых состояний, порождаемая А-комплексом, и никаких других последовательностей не порождается.

Таким образом, непрерывно–дискретная система может быть описана в терминах агрегативного направления, хотя, очевидно, при переходе от модели В.М.Глушкова к агрегативной системе теряется наглядность описания динамики системы, так как возможность динамического изменения структуры системы заменяется на фиксированную структуру системы с максимальным числом элементов.

Замечание 2.2.4. *Возможен альтернативный вариант построения агрегативной системы для модели В.М.Глушкова, в котором к множеству элементов добавляется управляющий агрегат, соответствующий процессу–монитору в непрерывно–дискретной модели и модель каналов связей строится по принципу "каждый с управляющим".*

Замечание 2.2.5. *Возможность записи в календарь планирования событий в модели В.М.Глушкова тех событий, которые должны произойти в будущем, вообще говоря, эквивалентны передаче информации с задержкой. Этот механизм можно реализовать в агрегативной системе добавлением агрегатов, осуществляющих задержку прихода соответствующих событий к входам соответствующих элементов.*

Обратное утверждение получить также просто.

Теорема 2.2.2. *Произвольная агрегативная система может быть описана в терминах непрерывно–дискретной модели.*

В этом случае каждому агрегату соответствует процесс непрерывно–дискретной системы, построенный по вышеописанной схеме, отсутствуют статические переменные и не используются операции по изменению структуры системы (порождение, активизация и пр.).

Можно утверждать, таким образом, что эти две математические модели равнозначны по средствам описания элемента и системы и этом смысле эквивалентны.

Замечание 2.2.6. *Здесь имеется ввиду формальная эквивалентность математичаских моделей, но не систем моделирования, использующих эти модели в качестве вычислительных моделей. Действительно, систему НЕДИС и любую систему моделирования агрегативного направления нельзя считать эквивалентными из-за разницы в используемых методах моделирования локальных поведений исследуемой системы. Несмотря на присутствие в агрегаливном направлении определения агрегата общего вида*

2.2.1, в вычислительных системах моделирования этого направления используются конечно–разностные методы (и фактически только класс кусочно–линейных агрегатов); в этом смысле система В.М.Глушкова применима для более широкого класса непрерывно–дискретных систем.

Гибрибное направление исследования непрерывно–дискретных систем возникло в начале 90-х годов на базе современной методологии спецификации и верификации сложных дискретных систем и систем реального времени, разработанной в теории теактивных систем ([10], [11]). Основатели гибридного направления (А.Пнуэли, Д.Харел), вводя в базовую дискретную модель реактивной системы некоторые характеристики непрерывного поведения, определяют таким образом новый класс сложных систем, который они называют "гибридной реактивной системой"([7], [8]).

До 1992 года основной акцент в этом направлении был сделан на проблемах спецификации (построения компактного представления математической модели) непрерывно-дискретных систем в рамках дискретного подхода и аксиоматического доказательства некоторых качественных поведенческих свойств.

С появлением метода символьной верификации для систем реального времени ([9]), появилась надежда автоматизировать верификацию гибридных систем. В 1995-96 году создана система HyTech автоматической верификации гибридных систем, основанная на символьной верификации ([12]).

Исследование поведения гибридной системы сводится к статическому качественному анализу поведенческих свойств, без использования поточечного численного моделирования глобального поведения системы.

Определение 2.2.4. *Гибридной системой называется следующая конструкция:*

$$H \;=\; \Big\{ \; S \;,\;\; X \;,\;\; E \;,\;\; F \;,\;\; \phi \;\;,\;\; \psi \;\;,\;\; \lambda \; \Big\}, \tag{6}$$

где

S — *конечное множество локаций*

X — *конечное множество вещественных переменных*

E — *конечное множество дуг. Дуга есть кортеж*

$e =< s, a, \phi_e, \lambda^{(s')}, s' >\in E,\ s, s' \in S$ – *исходная и целевая локации для дуги* e, $a \in \Sigma, \Sigma$ – *алфавит меток переходов (алфавит событий)*

ϕ – множество предикатов над X, описывающих условия перехода по дугам E

λ – множество начальных значений переменных множества X для каждой локации

F — оператор локального поведения внутри каждой локации (система дифф. включений, дифф. уравнений или аналитических функций)

ψ — множество предикатов над X, описывающих область значений переменных X в локациях $s \in S$ (инвариант в s)

Состоянием гибридной системы называется вектор значений переменных $x \in X$, к которому для удобства иногда приписывается локация $s \in S$, к которой этот вектор относится (т.е.для которой $\phi_s(x) = True$). Поэтому часто состоянием гибридной системы называется пара $< s, x >, s \in S, x \in X$.

Определение 2.2.5. *Математической моделью, описывающей поведение гибридной системы, является система переходов:*

$$\Sigma \quad = \quad \Big\{ \ T \ , \ \ Q \ , \ Q_0 \ \ , \ Q_F \ \ , \ \ \rightarrow \ \Big\}, \tag{7}$$

где

$T = \{t_i\}$ — бесконечная упорядоченная несходящаяся временная последовательность

Q — пространство состояний (в смысле определения состояния гибридной системы),

Q_0, Q_F — множество начальных и конечных состояний, определяемых специальными предикатами над X

"$\rightarrow$— отношение перехода между состояниями, которое определяется двумя правилами:

- *дискретный переход при фиксированном времени (становится возможным как только $\phi(X_0) = True$)*

$$\frac{<s_0,a,\phi,v,s_1> \ \in \ E, \qquad \phi(X_0)=T, \qquad X_1 \in \lambda^{(s)}(X_0)}{<s_0,X_0> \ \rightarrow^a \ <s_1,X_1>}$$

- *временной переход – увеличение времени внутри локации с преобразованием непрерывных переменных (время относительное)*

$$\frac{X_1=F_s(X_0,t), \qquad \forall \ t', \ 0 \le t' \le t, \psi_s(\ F_s(X_0,t') \ )}{<s,X_0> \ \rightarrow^t \ <s,X_1>}$$

Моделирование глобального поведения системы переходов заключается в построении множества вычислений — бесконечных цепочек пар $< s_i, t_i >$, таких что:

1) $s_0 \in Q_0, t_0 = 0$

2) $\forall\ i \geq 0,\ s_i \rightarrow^{t_i} s_i,$ и$\exists a\ :\ s_i \rightarrow^{a} s_{i+1}$

Следующая теорема отражает тот факт, что гибридная система общего вида может быть интерпретирована как агрегат:

Теорема 2.2.3. *Математическая модель гибридной системы эквивалентна модели агрегата.*

Действительно, система переходов Σ гибридной системы

$$H\ =\ \Big\{\ S\ ,\ \ X\ ,\ \ E\ ,\ \ F\ ,\ \ \phi\ \ ,\ \ \psi\ \ ,\ \ \lambda\ \Big\}, \tag{8}$$

может быть представлена агрегатом

$$A^*\ =\ \Big\{\ T^*\ ,\ \ Z^*\ ,\ \ X^*\ ,\ \ \Gamma^*\ ,\ \ Y^*\ ,\ \ H^*\ ,\ \ G^*\ \Big\}, \tag{9}$$

в котором

$T^* = [0; \infty)$ — модель времени расширяется до непрерывной

$Z^* = X$ — фазовым пространством является область значений вещественных переменных системы H, $z = (x_1, x_2, \dots, x_l) \in Z$, фазовые координаты суть переменные системы H.

$\{z(0)\}^* = Q_0$— множество начальных состояний

$X^* = \{X_0\}$ — множество входных сигналов вырождается в единственный сигнал запуска агрегата (который инициализирует случайным образом некоторое начальное состояние из Q_0)

$\Gamma^* = 0$ — управляющие сигналы отсутствуют

$Y^* = (y_1, y_2)$ — выходными сигналами являются вектора с компонентами $y_1 \in S, y_2 \in T$ (компоненты элементов сценариев гибридной системы)

$H^* = \{W, U\}$ — оператор переходов, в котором W — оператор, описывающий преобразование вектора переменных при дискретном переходе по дуге (в момент выдачи выходного сигнала), соответствует оператору инициализации λ гибридной системы:

$z(t + 0) = \lambda_{z(t)}$

U — функция, описывающая непрерывные изменения в интервалах между моментами выдачи выходных сигналов (то есть в некоторой локации $s \in S$), соответствует F:

$z(t) = F_s[z(t_i + 0), t], t \in [t_i, t_{i+1})$

$G = G_? \cup G_!$, где $G_?$ — оператор проверки принадлежности $z(t)$ некоторому множеству из семейства $\{Z_y\}$. Разбиение Z на подмножества Z_y эквивалентно введению предикатов ϕ, ψ гибридной системы H и разбиению пространства состояний на локации S, $G_!$ — генератор выходного сигнала.

Способ разбиения пространства состояний на семейство $\{Z_y\}$ и соответствующее множество выходных сигналов определяет взаимно однозначное соответствие между начальной точкой в вычислении гибридной системы и особым состоянием агрегата, соответствующем приему сигнала запуска системы, и между каждой другой точкой в вычислении гибридной системы и особым состоянием, определяемым выдачей соответствующего выходного сигнала. Таким образом, из данного построения видно, что множество последовательностей особых состояний, порождаемых агрегатом, и множество вычислений габрадной системы эквивалентны.

Замечание 2.2.7. *Важно отметить разницу между различными типами сигналов в агрегате. Моменты прихода входных (управляющих) сигналов не могут быть вычислены системой — эти сигналы эквивалентны внешним (случайным) событиям. В определении гибридной системы такие события отсутствуют.*

Замечание 2.2.8. *Определение инициализации λ в виде интервала $\lambda = [\alpha, \beta]$ может быть представлено как введение вероятности в систему — значение $x(t_* + 0)$ после перехода является случайной величиной с равновероятным законом распределения в интервале $[\alpha, \beta]$. Однако, в большой степени использование вероятности в гибридных системах отсутствует.*

Как и в агрегатативном, так и в гибридном направлении выделяются отдельные классы гибридных систем. Так, например, линейной гибридной системой называется такая гибридная система в которой используются только линейные предикаты и у которой все локальные поведения F могут быть описаны линейными уравнениями (например, $F : X = X_0 + At$). Именно для этого класса гибридных систем применимы основные результаты символьного подхода теории реактивных систем.

Можно установить соответствие между классом линейных гибридных систем и классом кусочно-линейных агрегатов.

Теоремы 2.2.1, 2.2.2, 2.2.3 позволяют утверждать, что представленные выше математические модели описывают (с учетом замечаний 2.2.6, 2.2.7, 2.2.8) один и тот же класс сложных систем и демонстрируют различные подходы к моделированию и анализу сложных систем, поведение которых укладывается в схему, изображенную на рис.1. Во всех подходах предлагаемые модели рассматриваются как расширение базовой (непрерывной или дискретной) модели, поэтому поведение непрерывно–дискретной системы представляется в них с разных точек зрения и с разными, иногда противоположными, акцентами. Любой подход имеет свои ограничения в реализации, которые сведены в таблицу 1, и, следовательно, применим для моделирования и анализа только некоторых подклассов непрерывно–дискретных систем.

Нам кажется наиболее выразительным и информативным определением для этого класса систем является определение событийно–управляемой иерархической динамической системой переменной структуры ([15]):

Определение 2.2.6. *(элемент системы) Элементом событийно–управляемой иерархической системы переменной структуры называется совокупность базовых понятий:*

$$E \;=\; \Big\{\; T\;,\;\; Z\;,\;\; X\;,\;\; Y\;,\;\; F\;,\;\; e\;,\;\; Act\;\Big\}, \tag{10}$$

где

$T = t_d : N \to R_{\geq 0}$ — *последовательность временных отсчетов*

$Z = D_1 \times \ldots \times D_n$ — *множество значений переменных состояний*

X — *множество входных переменных (каналов входа)*

Y — *множество выходных переменных (каналов выхода)*

F — *множество допустимых локальных поведений*

e — *множество причин смены поведения (событий)*

Act — *множество допустимых дискретных операций*

Определение 2.2.7. *(рекурсивное определение)*

Событийно-управляемой иерархической системой переменной структуры называется пара:

$$S \;=\; \Big\{\; Time\;,\;\; \Sigma\;\Big\}, \tag{11}$$

где

$Time = R_{\geq 0}$ — *модель времени*

Σ — *модель объекта,являющегося:*

(i) элементом

(ii) элементом, в котором хотя бы одно локальное поведение заменено на Σ

(iii) параллельной композицией объектов Σ *с определенной на ней моделью каналов связей*

3. Реактивность в динамических системах

В разделе 2 было выяснено, что модели, эквивалентные модели современного гибридного направления, исследовались и ранее в классической теории систем.

Почему же понятие гибридной системы, по мнению специалистов современной компьютерной науки, считается новым и важным шагом на пути описания явлений реального мира в области компьютерного моделирования?

Достаточно ясный ответ на этот вопрос (который можно найти, например, в статье О. Малера,[18]) заключается в определении реактивности.

Объектом исследования теории реактивных систем является некоторая дискретная математическая модель, описывающая так называемые реактивные системы.

Определение 3.1. *Математической моделью реактивной системы называется следующая конструкция (система переходов, [6]):*

$$S \;=\; \Big\{\; T\;,\;\; V\;,\;\; X\;,\;\; \Sigma\;,\;\; \Gamma\;,\;\; \Theta\;\Big\}, \tag{12}$$

где

$T \subseteq N + \{\infty\}$ — *временная дискретная последовательность*

V — *конечное множество переменных системы*

$X : V \to D$ — *множество состояний (интерпретация* V *над областью значений переменных* D*)*

Σ — *алфавит событий*

Γ — *множество переходов между состояниями,* $\tau : X \to 2^X$

Θ — *предикат, описывающий множество начальных состояний*

Ситуацией системы S называется пара $< t_i, x >, t_i \in T, x \in X$.

Вычислением системы S называется такая последовательность ситуаций в пространстве $X_T = X \times T$, что:

a) $(x_0, t_0) \in \Theta$

b) $\forall\ i$ существует переход $\tau : (x_i, t_i) \to (x_{i+1}, t_{i+1}) \in \Gamma$

c) либо последовательность бесконечна либо она заканчивается в состоянии $x_k \in F, F \subset X$ — множество конечных состояний.

Совершенно очевидно, что модель реактивной системы можно формально описать в терминах классического определения динамической системы 2.1.1. Для этого необходимо определить функцию входных воздействий Ω, переходную функцию φ и выходное отображение η.

Определение 3.2. *Реактивной системой называется такая динамическая система:*

$$\Sigma_r \ = \ \Big\{ \ T\ ,\ \ X\ ,\ \ U\ ,\ \ \Omega\ ,\ \ Y\ ,\ \ \Gamma\ ,\ \ \varphi\ ,\ \ \eta\ \Big\}, \tag{13}$$

в которой

$T = N + \{\infty\}$ — *дискретная модель времени*

X — *множество состояний (множество векторов значений переменных системы)*

$\Omega = \{\omega : T \to U\}$ — *множество входных воздействий (замечание 3.3)*

$\varphi : T \times T \times X \times \Omega \to X$— *переходная функция состояния эдесь дискретная функция, определенная в точках* $t_i \in T$ *и принимающая значения* $x \in X$*:* $x(t_i) = \varphi(\ t_i;\ t_0,\ x_0,\ \omega\ )$*, где* t_0 *– нулевой элемент множества* T*,* $x_0 \in \Theta$*. Очевидно, функция* φ *обладает свойствами определения 2.1.1*

$Y = T \times X$ — *множество выходных величин есть множество ситуаций системы* $< t_i, x >, t_i \in T$

$y(t) = \eta(t, x)$ *– выходное отображение здесь дискретная функция, определенная в моменты* $t_i \in T$ *и являющаяся тождественным отображением ситуаций* $< t_i, x >, t_i \in T$.

Замечание 3.1. *В случае, когда в модель реактивной системы вводится непрерывная временная переменная,* $T = R$ *(например, в системах реаль-*

ного времени), переходная функция φ может быть описана как кусочно-постоянная (ступенчатая) функция с узлами в точках $t_i \in T$, соответствующих переходам системы.

Замечание 3.2. *Понятие ситуации и события определений 3.1 и 3.2 эквивалентны. Понятие сценария эквивалентно выходному отображению. Понятие управления в теории реактивных систем отсутствует.*

Замечание 3.3. *Определение множества входных воздействий представляется расплывчатым и невозможно без понимания механизма переходов в реактивной системе, с помощью которого реализуются принципы синхронизации, и способа порождения временной последовательности T. В теории реактивных систем рассматриваются два основных момента, определяющих время и факт выполнения любого перехода в системе:*

1. временная задержка в некотором состоянии и переход по сигналу таймера при истечении времени задержки;

2. ожидание некоторого события – сигнала, поступающего извне или порождаемого другой компонентой реактивной системы, и переход по факту получения сигнала.

Представление реактивной системы вычислительной моделью, которая по сути является автоматом, дает право формально описать множество Ω как алфавит событий Σ, или как $\Sigma \times T$ по аналогии с теорией автоматов.

Однако, такое определение кажется натянутым и неестественным. Семантически только внешние события и сигналы таймера могут рассматриваться как входные воздействия для реактивной системы. Более четное выражение этой идеи разделения переходов по типу происходящих событий было представлено в агрегативном направлении.

Таким образом, реактивную систему общего вида можно отнести к классу конечномерных динамических систем с дискретным временем (в отличие от конечного автомата не стационарна).

Принципиальным отличием реактивной системы от сложной динамической системы в классическом понимании, по мнению О. Малера, является то, что она рассматривает свое окружение в динамике, то есть в последовательности входных символов возможны изменения уже после начала их обработки системой (в отличие от динамических систем типа "вход–выход"в которых обработка входной последовательности начинается *после* приема последнего входного символа).

Если определить множества X^* и Y^* как множества входных и выходных последовательностей системы, то функция преобразования обычной динамической (не реактивной) системы суть:

$$f : X^* \to Y^*, \quad y_i = f(\sigma') \tag{14}$$

где $\sigma' \prec \sigma \in X^*$ — финитный префикс некоторой последовательности входных символов.

В реактивной системе функция f определяется как

$$f : (X^*, \preceq) \to (Y^*, \preceq), \quad y_i = f(\sigma'') \tag{15}$$

где $\preceq$ — частичный порядок наступления событий, $\sigma'' \prec \sigma \in (X \cup Y)^*$ — финитный префикс некоторой смешанной последовательности σ из входных и выходных символов.

Другими словами, две траектории реактивной системы с одинаковыми входными и выходными последовательностями считаются различными, если они различаются порядком следования входных и выходных символов. Функция преобразования f реактивной системы, таким образом, не статична в отличие от аналогичной функции системы типа "вход–выход".

Оценить этот основной довод теории реактивных систем достаточно сложно.

С одной стороны, можно заметить, что отношение порядка '$\preceq$', которое называется в реактивной системе направлением времени, есть один из возможных способов описания причинно-следственных связей, которые и есть суть математического определения динамической системы. Поэтому, даже если формальное определение реактивной системы как динамическиой системы (опр. 2.1.1) оказываются в частных случаях неадекватными с точки зрения реактивности, эта модель попадает под современное определение [4], которое обобщает понятие системы типа "вход-выход".

С другой стороны, предположение о том, что подача входных воздействий заканчивается в начальный момент времени и выходные величины наблюдаются только после того, как подача входной последовательности завершена, играет огромную роль как в классической, так и в современной теории систем. В частности, оно имеет решающее влияние на результаты, полученные в теории абстрактной реализации (алгебраическая теория линейных систем). Системы, не представимые моделью типа "вход–выход", являются нестационарными и нелинеными, и применение к ним основных методов и результатов теории систем возможно лишь при наложении дополнительных ограничений.

В этом смысле можно говорить о новизне понятия реактивной и гибридной систем, подразумевая под этим новизну методов гибридного направления исследования динамических систем, плохо представимых моделью "вход–выход". Эдесь можно кратко сформулировать основные положения реактивного направления, используемые в гибридном направлении:

1) разработка специального языка спецификаций поведенческих свойств сложных параллельных систем (темпоральная логика), с помощью которого возможно наиболее точно формализовать сложные качественные и количественные требования к системам

2) использование "поведенческих"моделей (автоматов) как средств (графических и текстуальных) компактного и наглядного описания поведения системы, разбиение пространства состояний системы на классы эквивалентности относительно исследуемых свойств. Это выводит на новый уровень процедуру моделирования — вместо многочисленных экспериментов для качественного анализа глобального поведения системы достаточно обойти все пути в графе.

3) использование методов автоматической верификации, основанных на классической понятии лостижимости состояния и технологии символьных вычислений; автоматизация задач анализа и параметрического синтеза.

Автор статьи выражает благодарность своим руководителям профессору Ю.Г.Карпову за постановку задачи и помощь в работе и Ю.Б.Сениченкову за проявленный интерес, постоянную поддержку и ценные замечания по статье.

Таблица 1. Математические модели непрерывно-дискретных систем

характеристики модели	агрегативная система Н.П.Бусленко	непрывно-дискретная модель, В.М.Глушков	гибридная система А.Пнуэли	модель MVW 3.0
модель времени	непрерывная	дискретная	дискретная	непрерывная
элемент системы	агрегат	процесс	гибридный автомат	элемент
ЭЛЕМЕНТ				
понятие события	особые состояния в моменты приема сигналов	классы событий $\{e\}$, механизм планирования событий	дискретный переход в результате изменения значения предиката на дуге φ	последовательность событий $\{(e_i, t_i)\}$
дискретные действия				
1) инициализация значений параметров	операторы V_x, V_g, V_{xg}, W (случайные в общем случае)	операции присвоения переменным V_s в алгоритмах событий	оператор λ инициализации на дугах (целочисленный интервал в общем случае)	множество Act допустимых дискретных операций
2) смена поведения	оператор V_g (при приеме упр. сигнала)	операции присвоения переменным V_d в алгоритмах событий	новое локальное поведение F_s при переходе в локацию s	возможна

Таблица 1. (Продолжение)

3) смена структуры	—	операции порождения, удаления процессов в алгоритмах событий	—	возможна
4) выбор следующего поведения	случайный	детерминированный	детерминированный в зависимости от стратегии управления	как результат решения дискретной задачи
5) обработка одновременных событий	последовательно в соотв. с системой приоритетов по типу сигнала	параллельно (мультипроцессорная среда)	последовательно в соответствии с требованиями справедливости	параллельно (мультипроцессорная среда)
возможные локальные поведения	оператор U (дифф. ур-ния к-го пор., замененные разностными)	набор допустимых дифф. уравнений F	функция локального поведения F (дифф. включения, линейные дифф. ур-ния 1-го пор)	множество локальных поведений F (алгебро-дифф. системы ур-ний)
СИСТЕМА				
1) конструирование системы	A-комплекс, канальные, фазные комплексы	параллельные взаимодействующие процессы	параллельная композиция гибридных автоматов	параллельная композиция Σ с моделью каналов связей
2) иерархия	через каналы управления	—	вложенность автоматов	замена локального поведения на Σ
3) модель каналов связей	фиксированная модель, разделение по типам сообщений	динамический запуск и остановка др. процессов	общие переменные и синхронизирующие метки	фиксированная модель

Список литературы

[1] Калман Р., Фалб П., Арбиб М.: Очерки по математической теории систем. М: "Мир", 1971.

[2] Бусленко Н.П.: Моделирование сложных систем. М: "Наука", 1978.

[3] Программное обеспечение моделирования непрерывно-дискретных систем.(под ред. В.Глушкова), М: "Наука", 1975.

[4] Теория систем. Математические методы и моделирование. Сб. статей под ред. А.Колмогорова, С.Новикова. М: "Мир", 1989.

[5] Прицкер А.: Введение в имитационное моделирование и язык СЛАМ II. М: "Мир", 1987, 646с.

[6] Борщев А., Карпов Ю., Колесов Ю.: Спецификация и верификация систем логического управления реального времени. В сб. "Системная информатика", вып.2, ИСИ СО РАН, Н-ск, 1993, 40с.

[7] Maler O., Manna Z., Pnueli A.: From Timed to Hybrid systems. Real-Time: Theory in Practice, Lecture Notes in Comp.Sc 600, p.447-484. Springer-Verlag, 1992.

[8] Harel D.: Statecharts: a Visual Formalism for Complex Systems. Sci. Comput. Prog. 8, p.231-274, 1987.

[9] Henzinger T., Nicollin X., Sifalis J., Yovine S.: Symbolic Model-Checking for Real-Time Systems. In Proc. 7th LICS. IEEE Comp. Soc. Press, 1992.

[10] Alur R., Courcoubetis C., Henzinger T., Ho P-T.: Hybrid automata: an algorithmic approach to the specification and analysis of hybrid systems. In Workshop on Theory of Hybrid Systems,Lyndby, Denmark, June 1993. LNCS 736, Springer-Verlag.

[11] Nicollin X., Olivero A., Sifalis Y., Yovine S.: An Approach to the Description and Analysis of Hybrid Systems. Hybrid Systems, Lecture Notes in Comp.Sci 736, p.149-178. Springer-Verlag, 1993.

[12] Henzinger T., Ho P-T.: HyTech: The Cornell Hybrid Technology Tool. Hybrid Systems II, Lecture Notes in Comp.Sci 999, p.265-293. Springer-Verlag, 1995.

[13] Wolfram S.: Mathematica: A System for Doing Mathematics by Computer. Addisson–Wesley Publishing Company, 1988.

[14] Redfern D.: The Maple Handbook. 531 pp., Springer-Verlag, 1994.

[15] Inichova M.A., Inichov D.B., Kolesov Y.B., Senichenkov Y.B.: Movel Vision for Windows. Graphical environment for hybrid systwr simulating. User's Guade. Moscow-St.Petersburg, 1995.

[16] Kolesov Y.B., Senichenkov Y.B.: Model Vision 3.0 for Windows 95/NT. The graphical environment for complex dynamic system design. ICI&C'97 PROCEEDINGS, v.2, p.704-711, St.Petersburg, 1997.

[17] Kolesov Y.B., Senichenkov Y.B.: Visual specification language intended for event-driven hierarchical dynamic system with variable structure. ICI&C'97 PROCEEDINGS, v.2, p.712-719, St.Petersburg, 1997.

[18] Maler O.: Hybrid Systems and Real-World Computations. In Workshop on Theory of Hybrid Systems,Lyndby, Denmark,June 1992, Springer-Verlag.

[19] SIMULINK. The ultimate simulation environment. MathWorks, 1994.