

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

И

ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ

№ 4, 2000

Электронный журнал,
рег. № П23275 от 07.03.97

<http://www.neva.ru/journal>
e-mail: diff@osipenko.stu.neva.ru

Прикладные задачи

СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНОЙ МОДЕЛИ АВТОНОМНОГО ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

И.Е. Зубер

Россия, С.-Петербургский Государственный Университет,
НИИМ,
e-mail: zuber@ez7332.spb.edu

К.Ю. Петрова

Россия, 199178, Санкт-Петербург, Б. Морская, д. 67
С.-Петербургский Государственный Университет Аэрокосмического
Приборостроения,
кафедра вычислительных систем и сетей
e-mail: xen@excite.com

Аннотация.

Рассматривается нестационарная модель Аккермана, описывающая движение автомобиля. Синтезу регулятора предшествует построение наблюдателя. Для решения поставленных задач используются канонические преобразования подобия нестационарных систем.

⁰Статья выполнена при финансовой поддержке фонда франко-русского института им. А.М. Ляпунова, а также РФФИ (Российский Фонд Фундаментальных Исследований) проект 00-01-00083 2000-2001 года

1. Описание модели

В предлагаемой статье рассматривается последняя из известных нам моделей Аккермана ([1]), однако, в отличие от приведенных в литературе стационарных вариантов, скорость движения предполагается измеряемой переменной величиной, линейно зависящей от времени.

Рассматривается транспортное средство, движущееся вдоль некоторой неизвестной заранее траектории. Информация о траектории может быть получена различными способами. В данной статье будет рассматриваться модель, в которой в каждый момент времени от сенсора поступает информация об отклонении центра тяжести машины от предполагаемой траектории y и кривизна траектории φ в точке, ближайшей к сенсору. Под кривизной подразумевается $\varphi = \frac{1}{R}$, где R – радиус кривизны. Таким образом, полная траектория заранее неизвестна, поэтому текущая кривизна рассматривается как измеряемое возмущение $\varphi(t)$.

Движение автомобиля описывается системой уравнений.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + G\varphi(t) \\ x &= [\beta \quad r \quad \Delta\psi \quad y]^T \end{aligned} \quad (1)$$

Компоненты фазового вектора x имеют следующий физический смысл:

β – угол между осью автомобиля и вектором скорости (против часовой стрелки).

r – мгновенная угловая скорость поворота автомобиля вокруг центра тяжести (против часовой стрелки).

$\Delta\psi$ – угол между касательным вектором дороги в точке, ближайшей к центру тяжести, и осью автомобиля (против часовой стрелки).

y – расстояние от сенсора до центра дороги (по нормали, со знаком – в зависимости от того, с какой стороны дороги находится сенсор: слева – плюс, справа – минус).

Все упомянутые выше и встречающиеся далее по тексту углы измеряются в радианах.

Управление u представляет собой угол поворота передних колес относительно оси автомобиля, что то же самое, что и угол поворота руля. По причинам конструктивного характера управление должно удовлетворять

двум ограничениям:

$$\begin{aligned} u(t) &\leq \frac{40\pi}{180} \\ \frac{du(t)}{dt} &\leq \frac{23\pi}{180} \end{aligned} \quad (2)$$

Матрицы, описывающие объект имеют вид

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ v & l & v & 0 \end{vmatrix}, \quad B = |b_1 \ b_2 \ 0 \ 0|^T, \quad G = |0 \ 0 \ -v \ 0|^T \quad (3)$$

При этом параметры определяются формулами

$$a_{11} = -\frac{(c_f + c_r)}{m v} \quad (4)$$

$$a_{12} = -1 + \frac{(c_r l_r - c_f l_f)}{m v^2}$$

$$a_{21} = \frac{(c_r l_r - c_f l_f)}{J}$$

$$a_{22} = -\frac{(c_r l_r^2 - c_f l_f^2)}{J v}$$

$$b_1 = \frac{c_f}{m v}$$

$$b_2 = \frac{c_f l_f}{J} \quad (5)$$

Вспомогательные параметры имеют следующий физический смысл:

v – скорость движения автомобиля, м/с.

m – масса автомобиля, кг.

l – ширина автомобиля, м.

l_r – расстояние от центра тяжести автомобиля до задней оси, м.

l_f – расстояние от центра тяжести автомобиля до передней оси, м.

l_s – расстояние от центра тяжести автомобиля до сенсора, м.

J – центральный момент инерции, кг м².

c_f, c_r – коэффициенты, определяемые динамикой автомобиля и коэффициентом сцепления, Н/рад.

Скорость автомобиля считается известной функцией от времени $v = v(t)$.

Параметры, определяемые линейными размерами автомобиля, имеют следующие значения:

$$m = 2000, \quad J = 2650, \quad l_s = 2, \quad l_f = 2, \quad l_r = 2, \quad l = 2 \quad (6)$$

Для небольшого автомобиля, движущегося по сухой дороге, коэффициенты c_f и c_r оцениваются величинами

$$c_f = 200, \quad c_r = 2000 \quad (7)$$

Вектор наблюдения C имеет вид

$$= |0 \quad 1 \quad 0 \quad 1|^T. \quad (8)$$

Как уже было сказано, информация о величине отклонения от желаемой траектории y и кривизна пути $\varphi(t)$ поступают от специального сенсора. Помимо этого, в автомобиле установлен гироскоп, что позволяет оценить величину $r([1])$.

2. Постановка задачи

Рассматривается система (1). Требуется сформировать регулятор, обеспечивающий выполнение условий $y \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$. Результат управления должен удовлетворять критерию качества

$$\max|y(t)| \leq 0.10 - 0.15 \quad (9)$$

Отметим, что имеет место два отличия от классических задач стабилизации:

1. Требуется устремить к нулю только одну фазовую компоненту из четырех.

2. Вектор обратной связи имеет фиксированную структуру $S = (0, \dots, 1)^T$, поскольку остальные компоненты не измеряются.

Таким образом, до решения задачи стабилизации следует сначала поставить и решить задачу формирования компенсатора для первых трех переменных, а затем получить их оценки по наблюдаемым значениям.

3. Основные результаты

3.1. Сведение задачи слежения к задаче стабилизации

Возьмем управляющий сигнал в виде суммы

$$u(t) = S^T (\tilde{x}(t) - x_0(t)) + \alpha \varphi(t), \quad (10)$$

где S – вектор обратной связи, а $\tilde{x}(t)$ – вектор оценок фазовых переменных. Найдем такое

$$x_0 = |x_0^1 \quad x_0^2 \quad x_0^3 \quad 0|^T,$$

что

$$A x_0 + B \alpha \varphi(t) + G \varphi(t) = 0 \quad (11)$$

Для этого подставим выражение для u и получим систему уравнений

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot x_0^1 + a_{12} \cdot x_0^2 + \alpha \cdot \varphi(t) \cdot b_1 &= 0 \\ a_{21} \cdot x_0^1 + a_{22} \cdot x_0^2 + \alpha \cdot \varphi(t) \cdot b_2 &= 0 \\ x_0^2 + \varphi(t) \cdot v &= 0 \\ x_0^1 \cdot v + l \cdot x_0^2 + v \cdot x_0^3 &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Решив эти уравнения, получим

$$x_0 = \varphi(t) \cdot \left| \begin{array}{c} v \cdot \frac{(a_{12} \cdot b_2 - a_{22} \cdot b_1)}{(a_{11} \cdot b_2 - a_{21} \cdot b_1)} \\ -v \\ \frac{(v \cdot a_{22} \cdot b_1 - v \cdot a_{12} \cdot b_2 + l \cdot (a_{11} \cdot b_2 - a_{21} \cdot b_1))}{(a_{11} \cdot b_2 - a_{21} \cdot b_1)} \\ 0 \end{array} \right| \quad (13)$$

$$\alpha = v \cdot \frac{(a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21})}{a_{11} \cdot b_2 - a_{21} \cdot b_1}$$

Построив, таким образом, компенсатор, перейдем к новой системе

$$\dot{\hat{x}} = A \hat{x} + b S^T \hat{x}, \quad (14)$$

где $\hat{x} = \hat{x} - x_0(t)$.

Предположим, что мы имеем оценки неизмеряемых параметров β и $\Delta\psi$ и начнем построение регулятора. Поскольку рассматриваемая система нестационарна, для построения регулятора используем преобразование, переводящее матрицу замкнутой системы независимо от вектора обратной связи к форме Фробениуса [3]:

$$\hat{A} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hat{a}_1(t) & \hat{a}_2(t) & \hat{a}_3(t) & \hat{a}_4(t) \end{vmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hat{b}_1(t) \end{vmatrix} \quad (15)$$

3.2. Формирование канонического преобразования подобия для системы (3)[3]

Рассмотрим преобразование $Z(t) = T(t)x(t)$. Матрица T определяется из условий: матрица объекта преобразованной системы имеет форму Фробениуса с последней функциональной строкой, вектор распределения преобразованной системы есть последний единичный орт e_n . Отсюда, согласно [3] получаем

$$T = \begin{vmatrix} m(t) \\ \frac{dm(t)}{dt} + m(t) \cdot L_1(t) \\ \frac{d^2 m(t)}{dt^2} + 2 \cdot \frac{dm(t)}{dt} \cdot L_1(t) + m(t) \cdot L_2(t) \\ \frac{d^3 m(t)}{dt^3} + 3 \cdot \frac{d^2 m(t)}{dt^2} \cdot L_1(t) + 3 \cdot \frac{dm(t)}{dt} \cdot L_2(t) + m(t) \cdot L_3(t) \end{vmatrix}, \quad (16)$$

где $L_i(t)$ – матрицы соответствующих производных в силу системы. Приведем вид этих матриц:

$$\begin{aligned} L_1 &= A(t) \\ L_2 &= \frac{d}{dt}A(t) + A(t)^2 \\ L_3 &= \frac{d^2}{dt^2}A(t) + 3A(t) \cdot \frac{d}{dt}A(t) + A(t)^3 \end{aligned}$$

$m(t)$ – вектор, который следует найти из условия $T B = e_n$. Для системы четвертого порядка вектор $m(t)$ находится из выражения

$$m^T(t) \left| B(t) \quad \frac{d}{dt}B(t) \quad \frac{d^2}{dt^2}B(t) \quad \frac{d^3}{dt^3}B(t) \right| = |0 \quad 0 \quad 0 \quad 1|, \quad (17)$$

где $\frac{d}{dt}$ – оператор дифференцирования в силу однородной системы. В развернутом виде эти условия будут иметь вид

$$\begin{aligned} m^T B &= 0 \\ m^T (L_1 B - \dot{B}) &= 0 \\ m^T (L_2 B - 2 \dot{L}_1 B - 2 L_1 \dot{B} + \ddot{B}) &= 0 \\ m^T (L_3 B - 4 \ddot{B} + 3 \ddot{L}_1 B + 6 \dot{L}_1 \dot{B} + 3 L_1 \ddot{B} - 3 \dot{L}_2 B - 3 L_2 \dot{B}) &= 1 \end{aligned}$$

Этих четырех уравнений достаточно для нахождения $m(t)$ только в случае стационарного вектора управления. В противном случае, для нахождения решения потребуется продифференцировать эти уравнения и добавить к исходной системе из четырех уравнений. Так, первое уравнение придется продифференцировать три раза, второе – два, и третье – один.

Применим построенное преобразование к системе

$$\begin{aligned} \hat{B}(t) &= T(t) B(t) \\ \hat{A}(t) &= T(t) A(t) T^{-1}(t) + \frac{d}{dt}T(t) T^{-1}(t) \end{aligned} \quad (18)$$

Полученные таким образом матрицы имеют желаемый вид.

3.3. Стабилизация системы в форме Фробениуса

Возьмем матрицу

$$H = \begin{pmatrix} h_1 & h_{12} & 0 & 0 \\ h_{12} & h_2 & h_{23} & 0 \\ 0 & h_{23} & h_3 & h_{34} \\ 0 & 0 & h_{34} & h_4 \end{pmatrix}, \quad (19)$$

где $h_i > 0$, $h_{ij} = \rho_k \sqrt{h_i h_j}$ и $-1 < \rho_k < 1$. Легко убедиться в том, что она соответствует положительно определенной квадратичной форме $V(t, \hat{x}) =$

$\hat{x}^T H \hat{x}$. Рассмотрим производную этой формы в силу системы (14)

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \hat{x}^T P \hat{x}, \\ P &= (\hat{A}(t) + \hat{B}(t) \hat{S}^T) H + H (\hat{A}(t) + \hat{B}(t) \hat{S}^T)^T \end{aligned}$$

и потребуем ее отрицательной определенности. Используя критерий Сильвестра, будем добиваться того, чтобы главные диагональные миноры матрицы P составили знакопеременную последовательность. Выберем вектор обратной связи преобразованной системы \hat{S} в виде

$$\hat{S} = |0 \quad 0 \quad 0 \quad s_1| \quad (20)$$

Тогда знакопеременности первых трех миноров можно будет добиться путем подбора элементов матрицы H , а положительности определителя матрицы P можно будет достичь путем подбора параметра s_1 . Допустимый диапазон, в котором может меняться параметр s_1 , находится из квадратного уравнения, коэффициенты которого являются функциями от скорости $v(t)$ и ее производных. Принимая во внимание природу объекта можно упростить задачу, считая старшие производные скорости равными нулю. Таким образом, для каждой пары значений (v, a) , где a – это ускорение, можно вычислить верхнюю $\hat{S}_{max}(a, t)$ и нижнюю $\hat{S}_{min}(a, t)$ границы для значений s_1 . Понятно, что для лучшей стабилизации следует брать значения, лежащие посередине этого интервала. Для того, чтобы решить поставленную задачу, требуется вернуться в исходный базис:

$$S = T^T(t) \hat{S} \quad (21)$$

При движении с постоянной скоростью вектор обратной связи будет иметь вид

$$S = S_c = |s_c^1 \quad s_c^2 \quad 0 \quad 0|, \quad (22)$$

а при движении с ускорением будет задействовано все четыре элемента вектора:

$$S = S_a = |s_a^1 \quad s_a^2 \quad s_a^2 \quad s_a^2|, \quad (23)$$

3.4. Оценка фазовых переменных

Таким образом, нам осталось решить задачу оценки неизмеряемых компонент вектора $X(t)$.

3.4.1. Оценка состояния β

Как было только что показано, даже для простейшего случая – движения с постоянной скоростью, – требуется знать как минимум первые две фазовые переменные. Вторая фазовая переменная измеряется непосредственно, а для оценки первой потребуется построить наблюдатель. Следует обратить внимание на то, что правая верхняя четверть матрицы объекта состоит из нулей. Благодаря этому, для оценки первой фазовой переменной достаточно построить наблюдатель второго порядка. Воспользуемся классической методикой Люенбергера. Возьмем матрицу A_o^1 второго порядка и вектор наблюдения C_o^1 и стабилизируем эту систему по рассогласованию.

$$A_o^1 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \quad C_o^1 = |0 \quad 1| \quad (24)$$

Эта система сама по себе является устойчивой, что легко показать,

поэтому можно считать, для наблюдения первой фазовой переменной достаточно просто промоделировать объект, соответствующий верхней левой четверти матрицы A .

3.4.2. Оценка состояния $\Delta\psi$

Рассмотрим движение с ускорением. Для построения вектора обратной связи в этом случае потребуется также оценка состояния $\Delta\psi$. Построим для этого второй наблюдатель. Возьмем матрицу наблюдателя равной матрице исходного объекта $A_o^2 = A$ и вектор наблюдения равный вектору управления $C_o^2 = B$. Задача стабилизации этой системы уже была решена.

3.4.3. Формирование регулятора для исходной системы

Таким образом, регулятор для преобразованной системы имеет вид (10), где вектор оценок фазовых переменных $\tilde{X}(t)$ является вектором фазовых переменных наблюдателя, а регулятор исходной системы (1) имеет вид

$$u = S^T(t) T(t) \tilde{X}(t) + \alpha \Phi(t).$$

3.5. Описание модели в пакете Simulink

Моделирование приведенных выше результатов производилось в пакете Simulink. Общая схема моделирования показана на рис. 1. В этой схеме

можно выделить пять основных блоков. Во-первых, это модель самого объекта, присутствующая в схеме дважды, – в качестве собственно объекта управления и в качестве модели объекта управления в наблюдателе. Во-вторых, как в контуре управления, так и в контуре наблюдения присутствуют блоки, формирующие сигнал обратной связи. На реализации именно этих блоков сфокусировано основное внимание статьи. И, наконец, блок компенсатора, который присутствует в схеме из-за того, что согласно условию задачи требуется стабилизировать не все, а только одну фазовую переменную.

Модель имеет два входа – ускорение a и кривизну пути Φ , и два выхода – отклонение центра масс транспортного средства от середины дороги y и управление, т.е. угол поворота руля u .

Подробностей схемы моделирования, изображенных на рис. 1-5, вполне достаточно для воспроизведения результатов, поэтому представляется нецелесообразным подробно рассматривать модель, за исключением двух моментов: а именно, реализации нестационарности средствами Simulink, а также формирования сигналов обратной связи.

Дифференциальные уравнения, как обычно, моделировались при помощи интеграторов, при этом функция умножения на нестационарные коэффициенты реализовалась каждый раз в виде отдельной подсистемы. В качестве отдельных входов соответствующих подсистем использовались скорость v и ускорение a . При этом скорость вычислялась внутри модели как интеграл от ускорения. Модели нестационарных коэффициентов модели $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_1, b_2$ и компенсатора показаны на рис. 2-в, 2-е, 2-г, 2-д, 4-в, 4-г, 3-б, 4-а и 4-б соответственно.

Остановимся подробнее на реализации блоков, формирующих сигналы обратной связи в контурах управления и наблюдения. При использовании описанного выше математического аппарата средствами пакета символьных вычислений Maple V были получены аналитический вид матрицы преобразования подобия, приводящей систему к форме Фробениуса, а также верхняя и нижняя границы для коэффициента обратной связи преобразованной системы, при котором эта система является устойчивой. Для упрощения выкладок было сделано предположение, что скорость является кусочно-линейной функцией, т.е. ее производные начиная со второй равны нулю. К сожалению, из-за сложности полученных выражений представлялось невозможным реализовать нестационарный блок обратной связи теми же средствами, которые использовались для моделирования нестационар-

ных коэффициентов дифференциального уравнения. Поэтому, в том же пакете Maple была вычислена сетка значений коэффициентов для различных величин скорости и ускорения. В среде моделирования simulink каждая из этих четырех сеток была задана в качестве параметров соответствующего элемента типа двумерной таблицы (2D look-up table), как это показано на рис. 5-б. Остановимся подробнее на способе получения этих величин. Вычисления можно разбить на три этапа. В первую очередь находится преобразование подобия и находится вид преобразованной системы. Этот этап является наиболее сложным, поэтому ниже приводится фрагмент программы Maple для решения этой задачи. Параметры модели задаются в третьей строке.

```

> with(linalg):
> sbs1:=a11=-1+(cf+cr)/m/v,a12=-1+(cr*lr-cf*lf)/m/v^2,
> a21=(cr*lr-cf*lf)/J, a22=-(cr*lr^2-cf*lf^2)/J/v,
> b1=cf/m/v, b2=cf*lf/J:
> sbs2:=m=2000, lf=2, lr=2,l=2, J=2650, cf=200,cr=2000,ls=2:
> b0:=vector([b1,b2,0,0]):
> b:=subs(sbs2,subs(sbs1,v=v(t),evalm(b0))):
> L1:=A(t):
> L2:=simplify(subs(diff(x(t),t)=A(t)*x(t),diff(L1*x(t),t))/x(t)):
> L3:=simplify(subs(diff(x(t),t)=A(t)*x(t),diff(L2*x(t),t))/x(t)):
> c:=matrix(4,1,[0,1,0,0]):
> s:=matrix(1,4,[-1,0,-1,0]):
> A0:=evalm(matrix(4,4,[a11,a12,0,0,a21,a22,0,0,0,1,0,0,v,l,v,0])+c&*s):
> _A:=subs(sbs1,v=v(:t),evalm(A0)):
> A_:=subs(sbs2,evalm(_A)):
> dA:=map(x->factor(diff(x,t)),A_): ddA:=map(x->factor(diff(x,t$2)),A_):
> L1_:=evalm(A_):
> L2_:=evalm(dA+A_&*A_):
> L3_:=map(factor,evalm(ddA+3*A_&*dA+A_&*A_&*A_)):
> d1:=proc(v) map(x->diff(x,t),v); end:
> d2:=proc(v) map(x->diff(x,t$2),v); end:
> d3:=proc(v) map(x->diff(x,t$3),d2(v)); end:
> g1:=evalm(b):
> g2:=evalm(L1_&*b:-d1(b)):
> g3:=map(factor,evalm(L2_&*b-2*d1(L1_)&*b-2*L1_&*d1(b)+d2(b))):
> g4:=evalm(L3_&*b-4*d3(b)+3*d2(L1_)&*b+6*d1(L1_)&*d1(b)+2*L1_&*
> d2(b)-3*d1(L2_)&*b-3*L2_&*d1(b)):

```

```

> G:=evalm(augment(g1,g2,g3,g4)):
> iG:=inverse(G):
> m:=map(factor,evalm(vector([0,0,0,1])&*iG)):
> dm:=d1(m): ddm:=d2(m): dddm:=d3(m):
> T1:=m:
> T2:=evalm(dm+m&*L1_):
> T3:=map(factor,evalm(ddm+2*dm&*L1_+m&*L2_)):
> T4:=evalm(dddm+map(factor,evalm(3*ddm&*L1_)) +
> map(factor,evalm(3*dm&*L2_)) +map(factor,evalm(m&*L3_))):
> T:=stack(T1,T2,T3,T4):
> T_:=map(simplify,subs(diff(v(t),t$2)=0,evalm(T))):
> Tn:=subs(v(t)=v,subs(diff(v(t),t)=a,evalm(T_))):
> _dTn:=map(simplify,subs(diff(v(t),t$2)=0,map(x->diff(x,t), evalm(T_)))):
> dTn:=subs(v(t)=v,subs(diff(v(t),t)=a,evalm(_dTn))):

```

Далее требуется определить компоненты матрицы H . Эта процедура подробно рассмотрена в [3]. Наконец, требуется построить таблицу значений коэффициента обратной связи преобразованной системы и матриц преобразования для интересующего нас диапазона v и a .

3.6. Результаты численного моделирования

Этап моделирования построенной схемы состоял из двух последовательных фаз, – моделирования в стационарном режиме и моделирования в нестационарном режиме. В стационарном режиме было исследовано два маневра: движение по дуге окружности (рис. 6-а) с нулевым начальным отклонением и движение по прямой с ненулевым начальным отклонением (рис. 6-б). В обоих случаях скорость предполагалась постоянной: $v(t) = v_0 = 30 /$. Во втором случае вектор начальных условий был равен

$$X_0 = |0001|^T.$$

Для того, чтобы отразить наиболее характерные черты траектории был рассмотрен интервал времени $T = 200$. Оба графика показывают, что описываемый регулятор действительно стабилизирует замкнутую систему.

На втором этапе рассматривалась нестационарная модель объекта. Параметры маневра, исследуемого в этом режиме, показаны на рис. 7. Транспортное средство движется прямо, затем совершает поворот вдоль дуги окружности с радиусом кривизны $R=30$ м и снова продолжает двигаться по

прямой. Перед тем как подъехать к повороту, машина постепенно сбрасывает скорость с 60 до 22.5 м/с, совершает поворот с постоянной скоростью 22.5 м/с и вновь разгоняется до 60 м/с. График зависимости измеряемой кривизны желаемой траектории от времени показан на рис. 7-а. График зависимости скорости от времени изображен на рис. 7-б. Графики выходных сигналов модели показаны на рис. 8. Рис. 8-а соответствует углу поворота руля u , а рис. 8-б – отклонению от желаемой траектории y .

3.7. Заключение

Предлагаемый регулятор стабилизирует объект, описываемый как стационарной, так и нестационарной моделями Аккермана.

Описываемый подход в целом вполне пригоден для стабилизации нестационарных систем.

Однако, для рассматриваемого примера качество синтезируемого управления невысоко, поскольку как управляющий так и выходной сигналы выходят за пределы налагаемых ограничений.

Применение аналогичного подхода для синтеза регуляторов более высокого порядка для нестационарных систем предполагается темой дальнейшего исследования авторов.

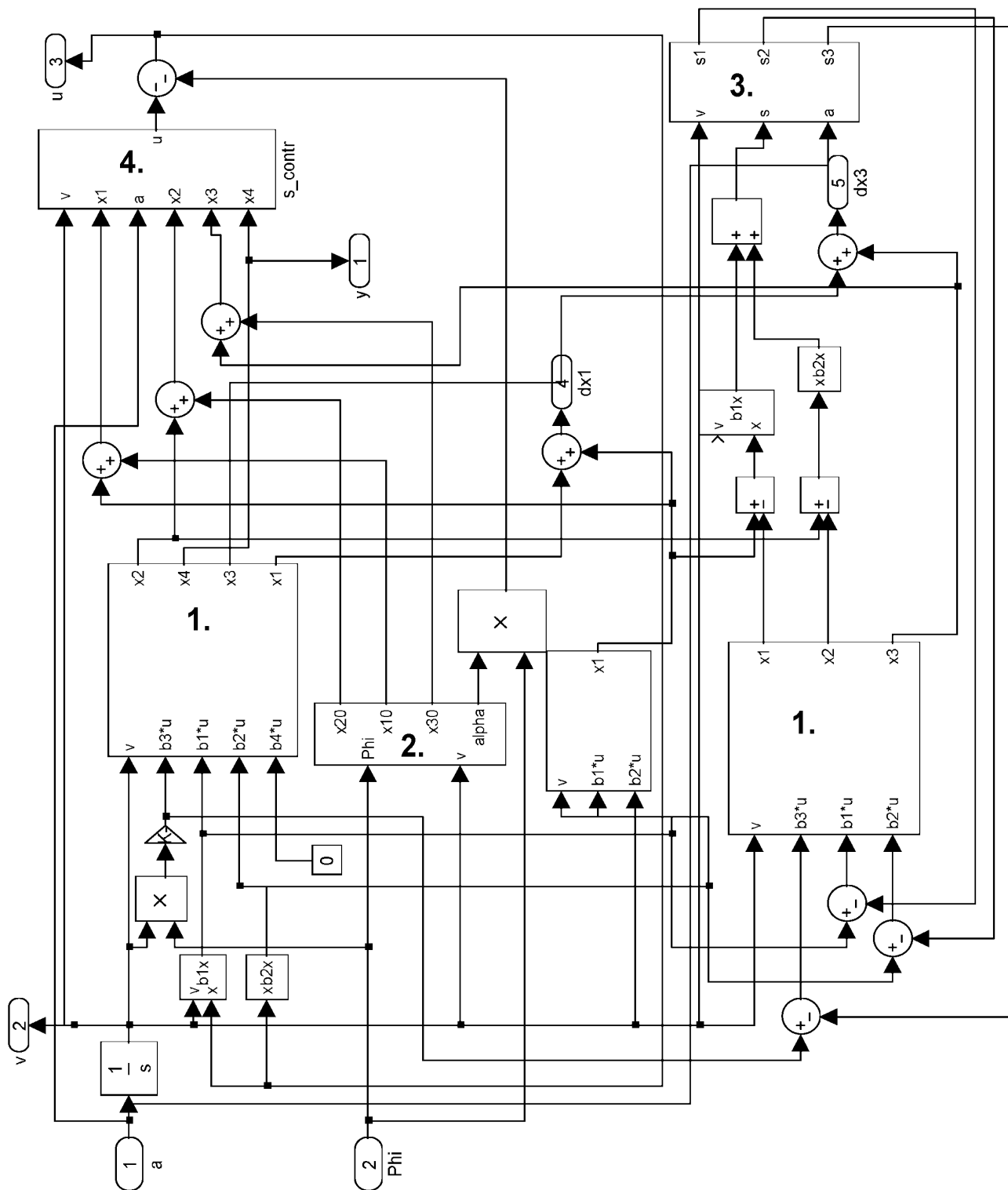


Рис. 1. Общая схема моделирования в пакете Simulink. Цифрами помечены следующие блоки:
 1. – исходная модель 4-го порядка
 2. – компенсатор
 3. – блок синтеза обратной связи контура наблюдения
 4. – блок синтеза обратной связи контура управления

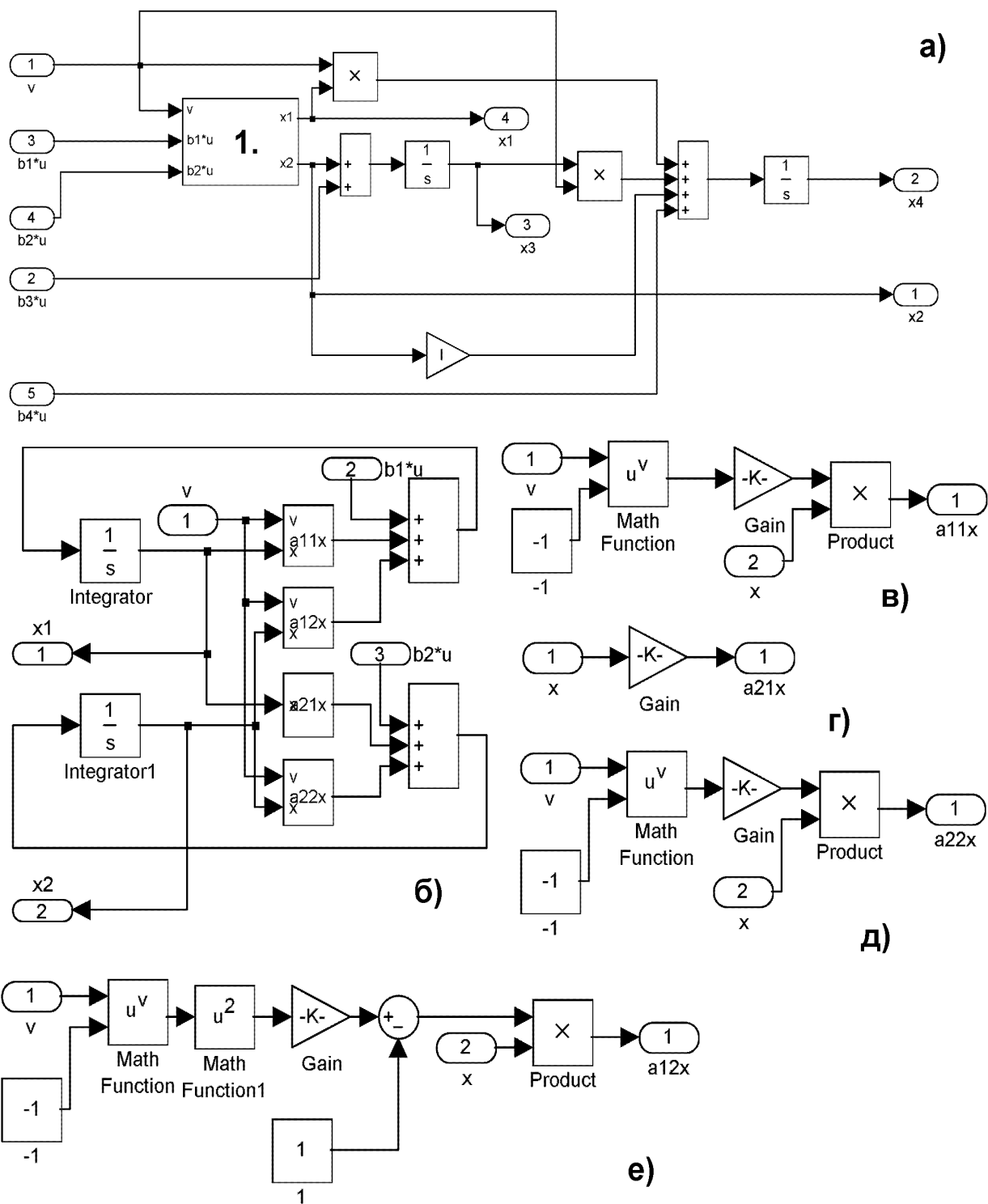


Рис. 2. Схема моделирования подсистем. а) исходная система 4-го порядка. б) моделирование подсистемы 2-го порядка- верхний левый квадрант матрицы A (цифра 1. на рис. 2-а). в) моделирование нестационарного коэффициента a_{11} . г) моделирование коэффициента a_{21} . д) моделирование коэффициента a_{22} . е) моделирование коэффициента a_{12} .

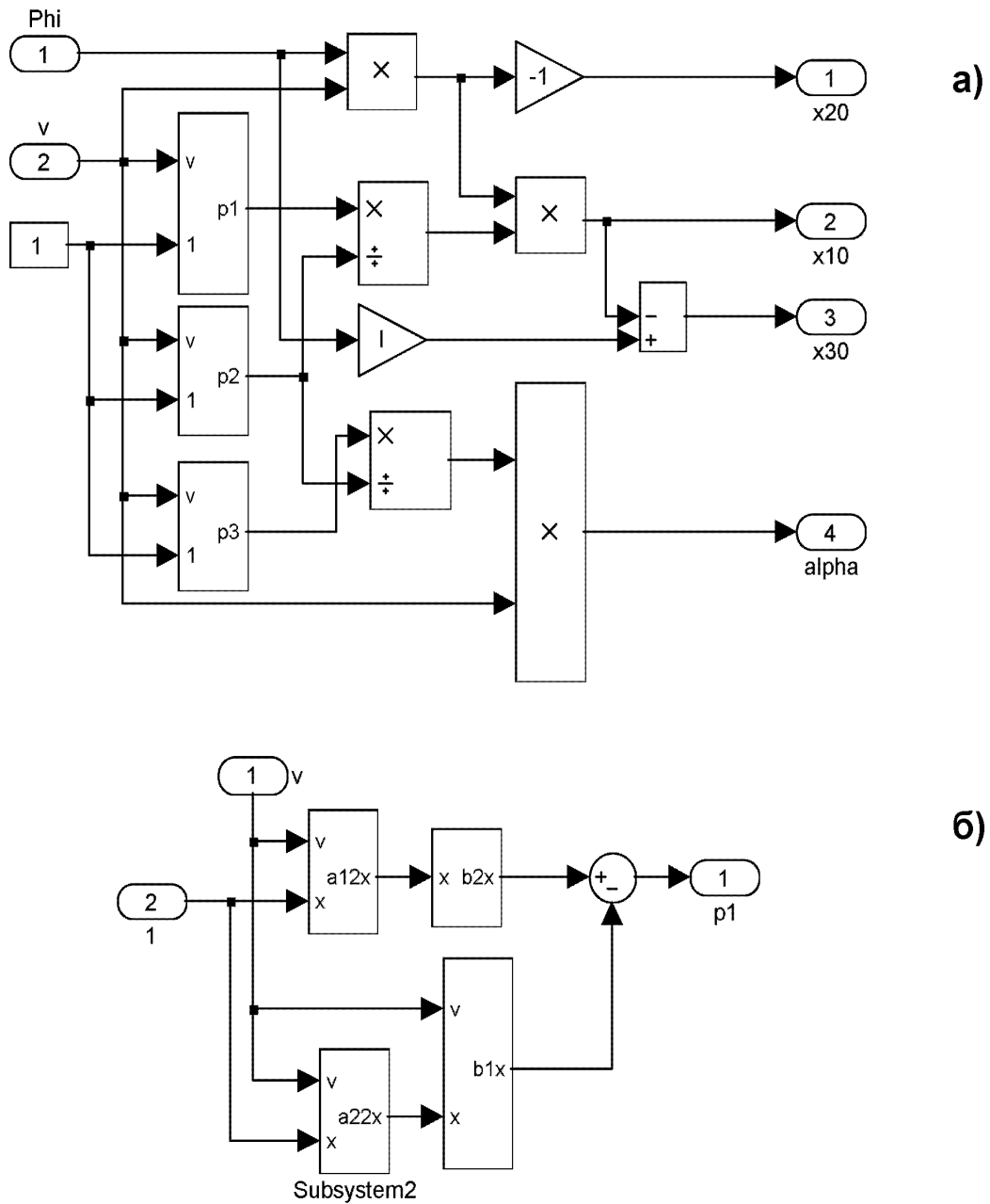


Рис. 3. а) общая схема моделирования компенсатора
 б) моделирование подсистемы p1 компенсатора

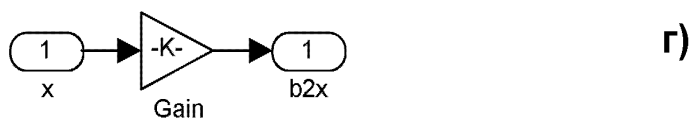
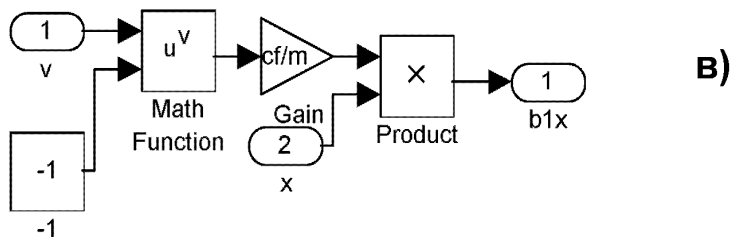
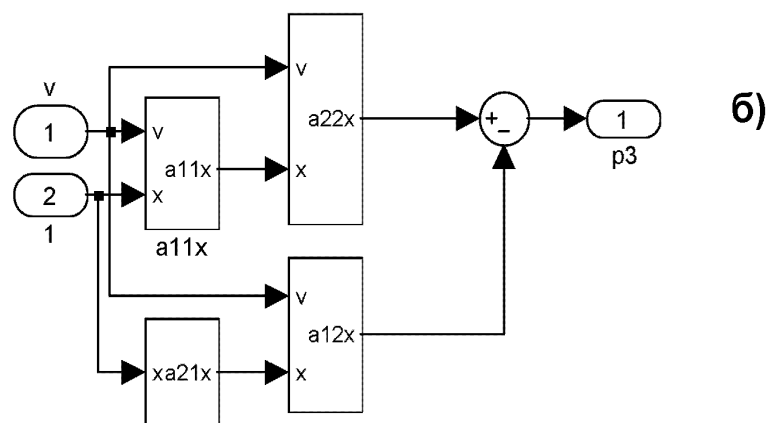
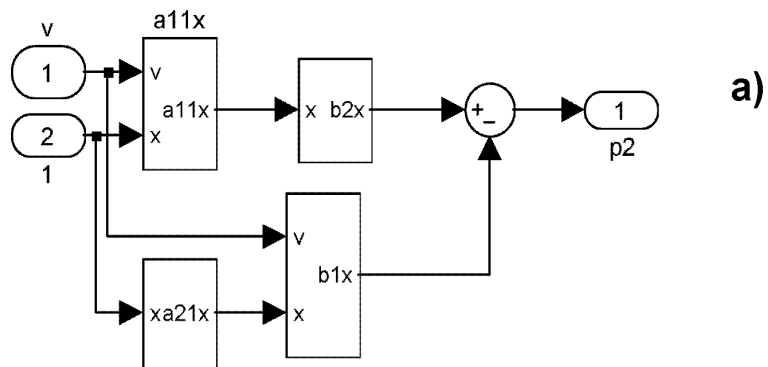


Рис. 4. а) моделирование подсистемы p_2 компенсатора
 б) моделирование подсистемы p_3 компенсатора
 в) моделирование нестационарного коэффициента b_1
 г) моделирование нестационарного коэффициента b_2

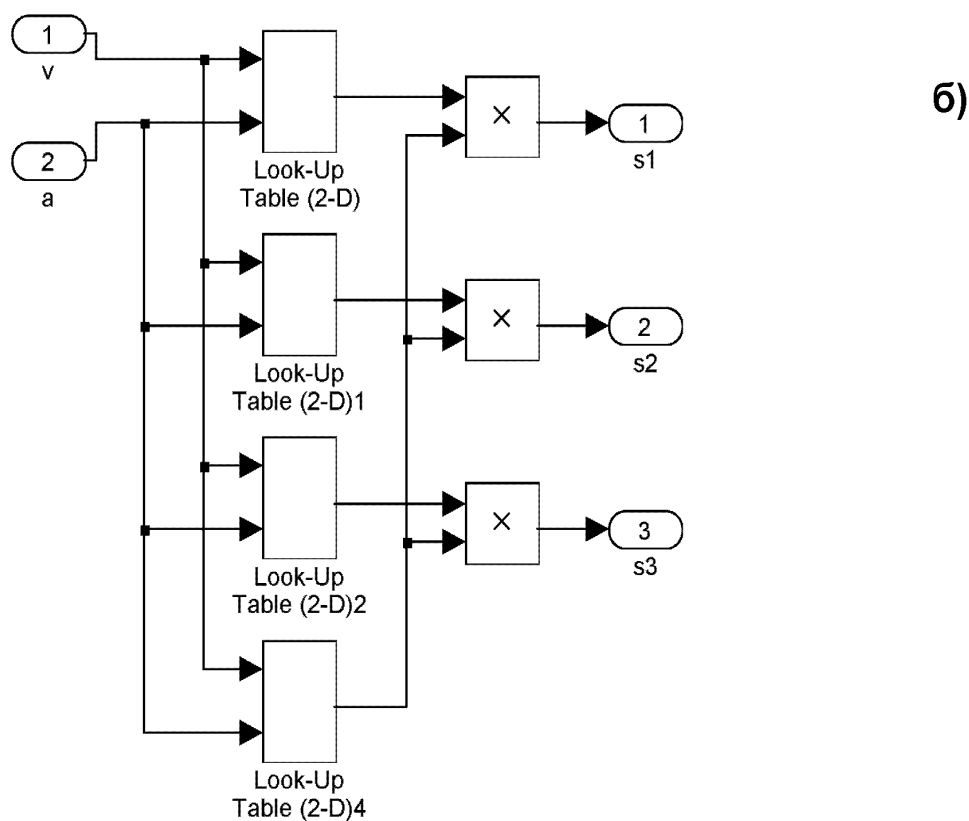
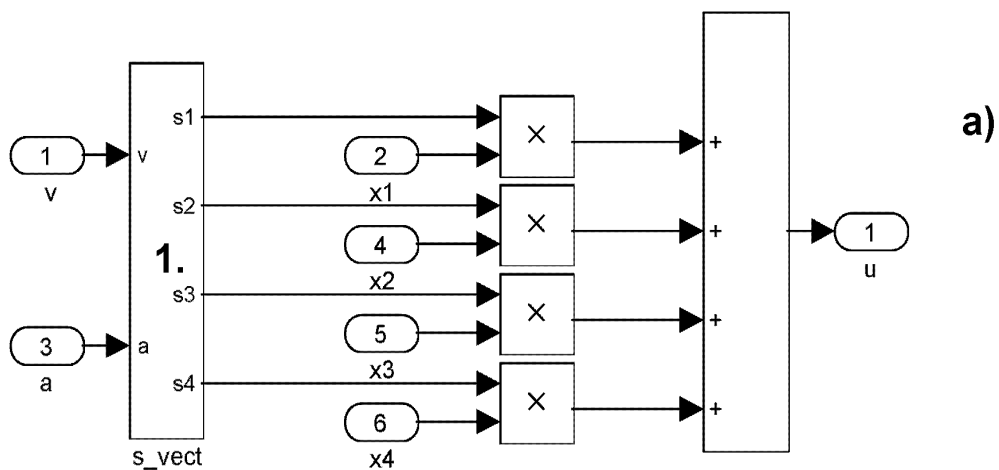
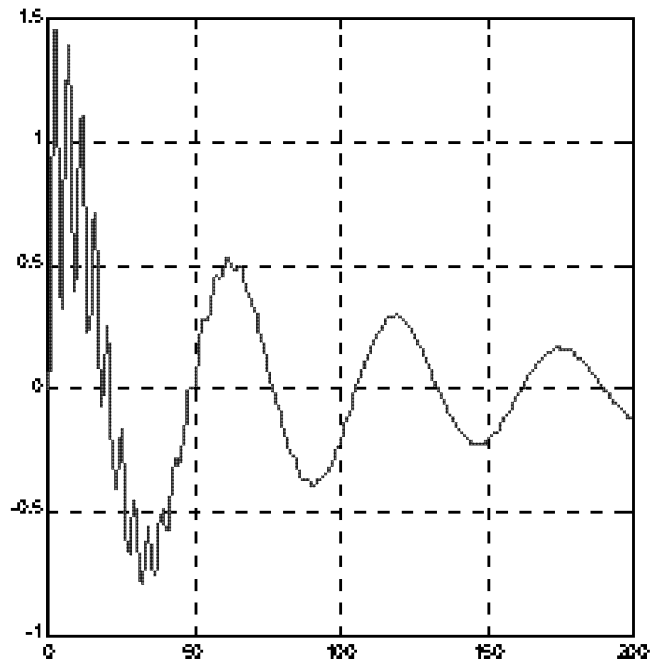


Рис. 5. Схема моделирования блока обратной связи
 а) схема блока формирования сигнала обратной связи в контуре управления (см. элемент 4 на рис. 1)
 б) моделирование коэффициентов обратной связи (см. элемент 1 на рис. 5-а)

а)



б)

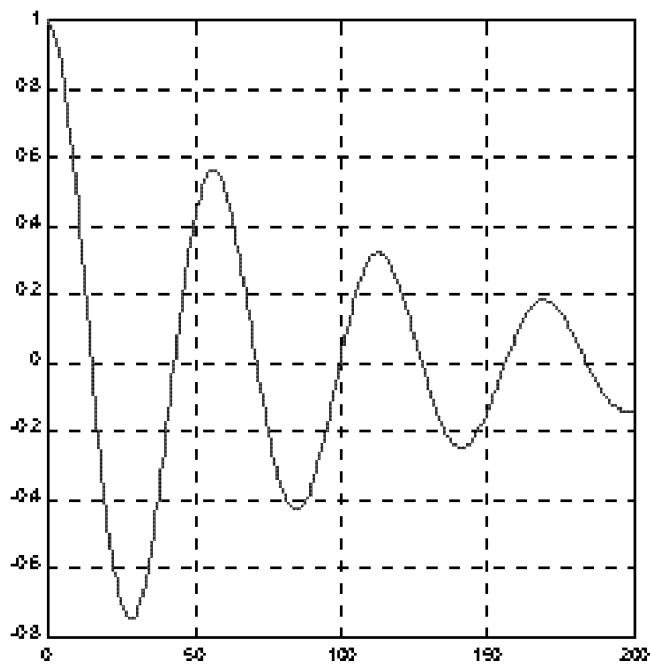
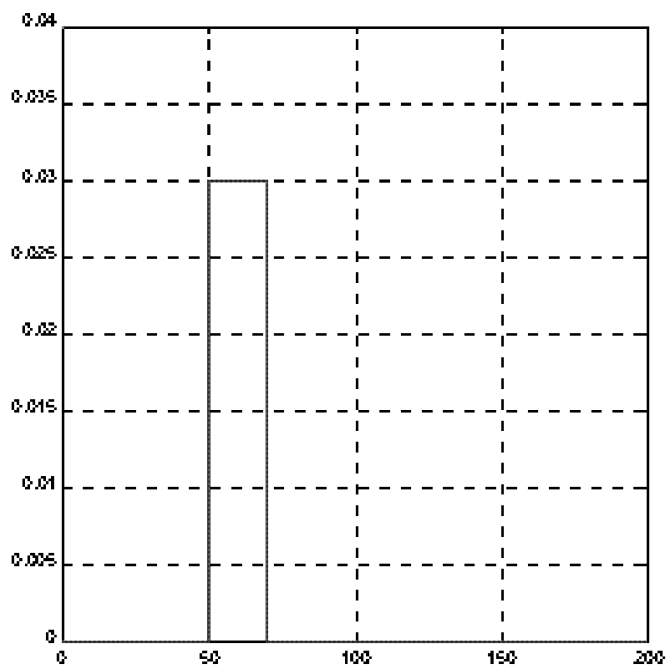


Рис. 6. Отклонение от центра дороги y . а) движение по окружности $R=30\text{м}$ б) движение по прямой с ненулевыми начальными условиями

а)



б)

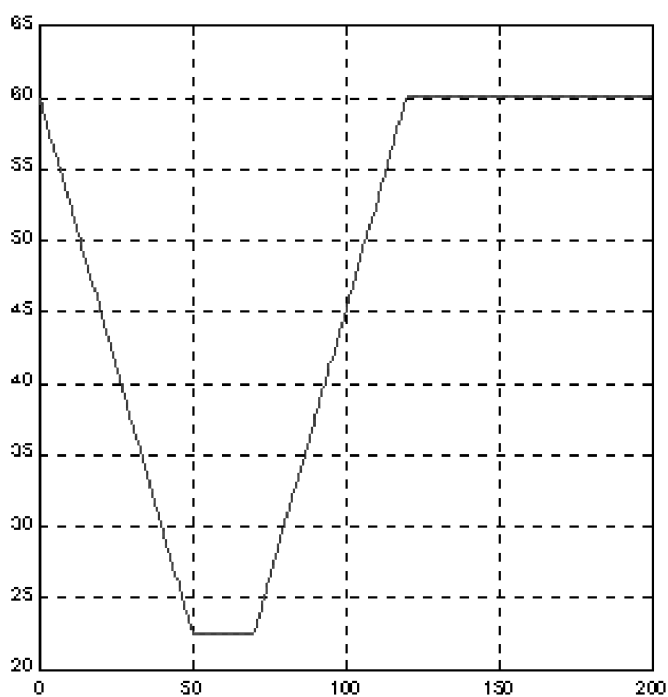
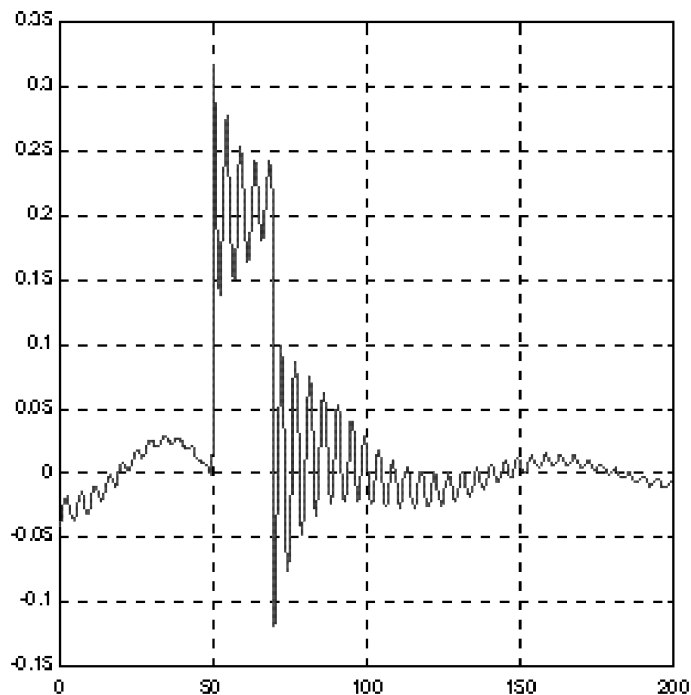


Рис. 7. Описание маневра 3. а) зависимость кривизны от времени
 б) зависимость скорости от времени

а)



б)

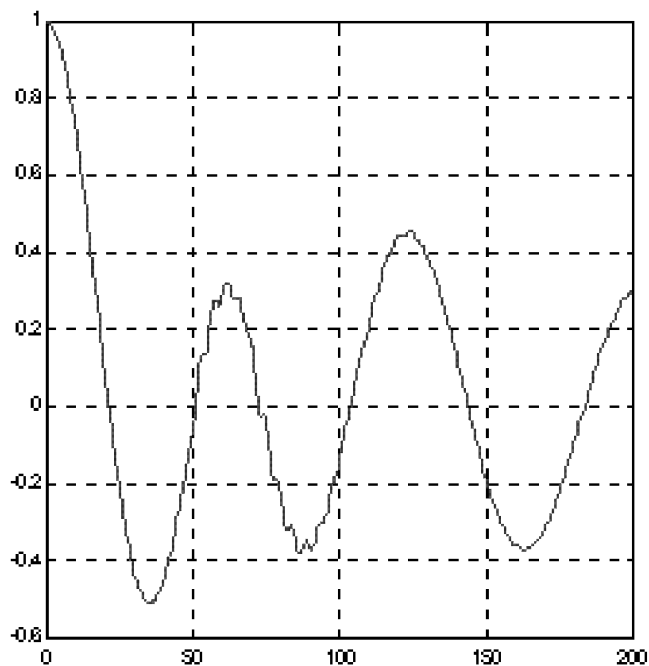


Рис. 8. Результаты моделирования для маневра 3.
 а) угол поворота руля и б) отклонение от центра дороги y

Список литературы

- [1] J. Ackermann, J. Gudner, W. Sienel, R. Steinhauser, V.I. Utkin Linear and Nonlinear Controller Design for Robust Automatic Steering. IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 3, № 1, march 1995, pp. 132–142
- [2] J. Ackermann, A. Bartlett, D. Kaesbauer, W. Sienel, R. Steinhauser Robust Control Systems with Uncertain Physical Parameters *Springer-Verlag* London Berlin Heidelberg
- [3] I.E. Zuber Stabilization of Nonlinear Systems by Similarity Transformations. Journ. of Applied Mathematics and Stochastic Analysis 11:4, 1998, pp. 519–526