

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
И

ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ

№ 3, 2017

Электронный журнал,
рег. Эл. № ФС77-39410 от 15.04.2010
ISSN 1817-2172

<http://www.math.spbu.ru/diffjournal>
e-mail: jodiff@mail.ru

Моделирование динамических систем

УДК 539.172

ОПТИМИЗАЦИЯ СПЕКТРОВ КОРРЕЛИРУЮЩИХ НАБЛЮДАЕМЫХ В МНОГОЧАСТИЧНЫХ РЕАКЦИЯХ

Зуев С. В., Каспаров А. А., Конобеевский Е. С.

Институт ядерных исследований РАН,
Москва

e-mail: zuyev@inr.ru, kasparov200191@gmail.com, konobeev@inr.ru

Аннотация

В результате экспериментального исследования ядерных реакций могут быть получены различные характеристики (энергии, импульсы, углы вылета) вторичных частиц. В случае их корреляции на двумерных диаграммах могут появиться выделенные области, проекции которых на оси координат дадут выраженные структуры в одномерных спектрах. Однако в ряде случаев форма спектров не позволяет выделить эти структуры, несмотря на то, что проецируемые области могут быть достаточно хорошо локализованы на двумерных диаграммах. Рассмотрен метод получения оптимизированных одномерных спектров, использующий двумерные диаграммы коррелирующих переменных. Описана компьютерная программа, позволяющая проводить оптимизацию спектров коррелирующих наблюдаемых в ядерных реакциях.

Ключевые слова: ядерные реакции, кинематическое моделирование, оптимизация спектров, двумерные диаграммы.

Abstract

As a result of experimental study of nuclear reactions one can obtain various characteristics of secondary particles (energies, momenta, emitting angles). In case of their correlation in two-dimensional plots isolated areas giving pronounced structures in one-dimensional spectra when projecting on coordinate axes can appear. However in some cases the shape of these spectra does not allow us to allocate these structures despite the projected areas can be fairly well localized in two-dimensional plots. The method of obtaining optimized one-dimensional spectra using two-dimensional plots of correlated variables is considered. A computer program performing the optimization of spectra of correlating observables in nuclear reactions is described.

Keywords: nuclear reactions, kinematical simulation, optimization of spectra, two-dimensional plot.

1 Введение

В результате экспериментального исследования ядерных реакций могут быть получены зависимости нескольких искоемых величин от параметров – например, $A(a)$ и $B(b)$. Если эти величины не связаны какими-либо связями, т.е. не коррелируют, например: $A_i(x) = A_0 \cdot \text{СЛЧИС}()$ и $B_i(y) = B_0 \cdot \text{СЛЧИС}()$, где функция $\text{СЛЧИС}()$ возвращает случайно выбранное число в интервале $(0, 1)$, то двумерная диаграмма XU не будет содержать каких-либо особенностей, а проекции на оси X и U будут представлять равномерный спектр от 0 до A_0 и от 0 до B_0 , соответственно. Однако, если величины A и B коррелируют, т.е. вероятность получения значения определенных A_j и B_j отличается от среднего значения по всему интервалу возможных значений, то на двумерной диаграмме могут появиться определенные выделенные области, а их проекции на оси координат дадут выраженные структуры в спектрах.

Однако, хотя проецируемые области могут быть достаточно хорошо локализованы на двумерных диаграммах, их проекции на оси могут приводить к спектрам с “замытыми” структурами. Математическими методами можно получить оптимизированные одномерные спектры наблюдаемых из двумерных диаграмм коррелирующих переменных. Одним из таких методов оптимизации является поворот осей координат на некоторый угол, так что проекция коррелирующей переменной на одну из осей координат дает одномерный спектр с гораздо более выраженной структурой.

2 Моделирование реакции $n + {}^7\text{Li} \rightarrow {}^6\text{Li} + n + n$

В качестве примера можно рассмотреть моделирование ядерной реакции $n + {}^7\text{Li} \rightarrow {}^6\text{Li} + n + n$. Данная реакция может идти через образование в промежуточном состоянии динейтронного состояния с определенной энергией $n + {}^7\text{Li} \rightarrow {}^6\text{Li} + {}^2n \rightarrow {}^6\text{Li} + n + n$, которое затем распадается на два нейтрона. При этом энергия вторичного нейтрона может зависеть как от энергии динейтронного состояния, так и от энергии второго вылетающего нейтрона, и от энергии вылетающего ядра ${}^6\text{Li}$.

Кинематическое моделирование реакции проводилось с помощью программы, предназначенной для изучения реакций с тремя частицами в конечном состоянии [1]. В расчетах энергия пучка нейтронов бралась $E_n = 60$ МэВ, а углы регистрации частиц выбирались $\Theta_{\text{Li}} \sim 13^\circ$ (справа от оси пучка) и $\Theta_{n_1} \sim 63^\circ$ (слева от оси пучка).

На рис. 1а показана моделированная двумерная диаграмма $E_{n_1} - E_{n_2}$ для всех событий реакции $n + {}^7\text{Li} \rightarrow {}^6\text{Li} + n + n$ (темные точки), и для событий реакции, проходящей через промежуточное состояние 2n -системы с энергией $E_{nn} = 60 \pm 10$ кэВ (серые точки). Однако энергетические спектры нейтронов, представляющие цель исследования и получаемые как проекции на оси координат, не дают четкой картины (рис. 1б). При этом видно, что обе области на рис. 1а группируются симметрично относительно некоторого центра вращения.

Оптимизация энергетического спектра нейтронов проводится путем поворота осей координат на некоторый угол α и переходу к новым смешанным переменным:

$$E'_1 = E_1 \cos \alpha - E_2 \sin \alpha, \quad (1)$$

$$E'_2 = E_1 \sin \alpha + E_2 \cos \alpha, \quad (2)$$

где α – угол поворота, E_1 и E_2 – кинетические энергии нейтронов до поворота, E'_1 и E'_2 – координаты после поворота (рис. 2а).

3 Программа оптимизации спектров

Для поиска оптимального угла поворота была создана вычислительная программа для Microsoft Excel на языке Visual Basic for Applications. В программе подбирается угол поворота осей координат, при котором

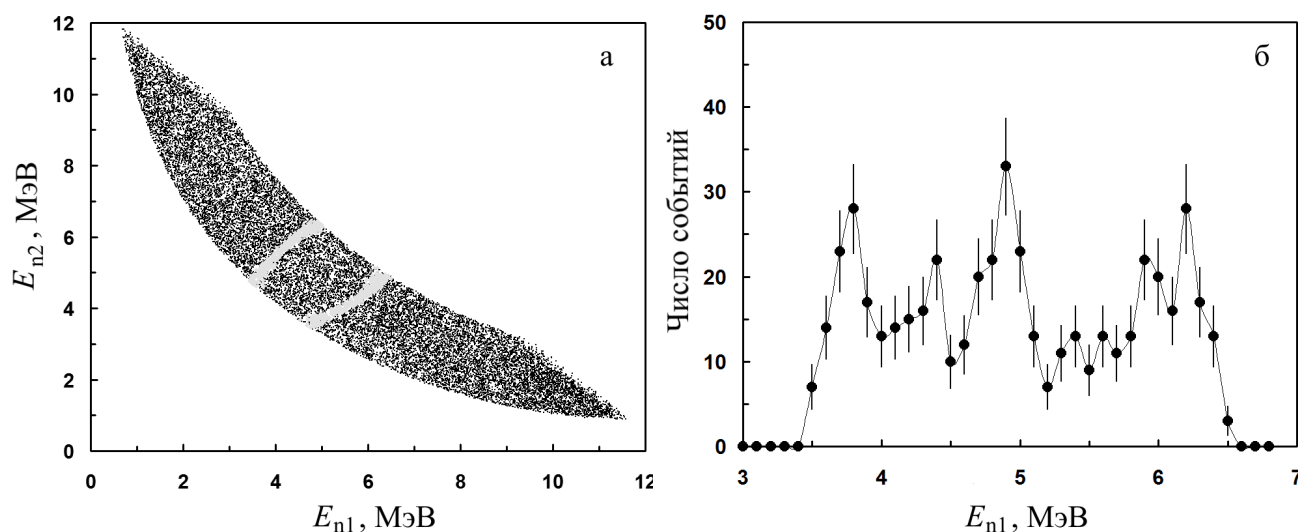


Рис. 1: а – двумерная диаграмма $E_{n_1} - E_{n_2}$. Черным цветом указаны все события для реакции $n + {}^7\text{Li} \rightarrow {}^6\text{Li} + n + n$, серым цветом отмечены события, проходящие через промежуточное состояние с $E_{nn} = 60 \pm 10$ кэВ; б – энергетический спектр нейтронов (проекция на ось X) для событий с $E_{nn} = 60 \pm 10$ кэВ.

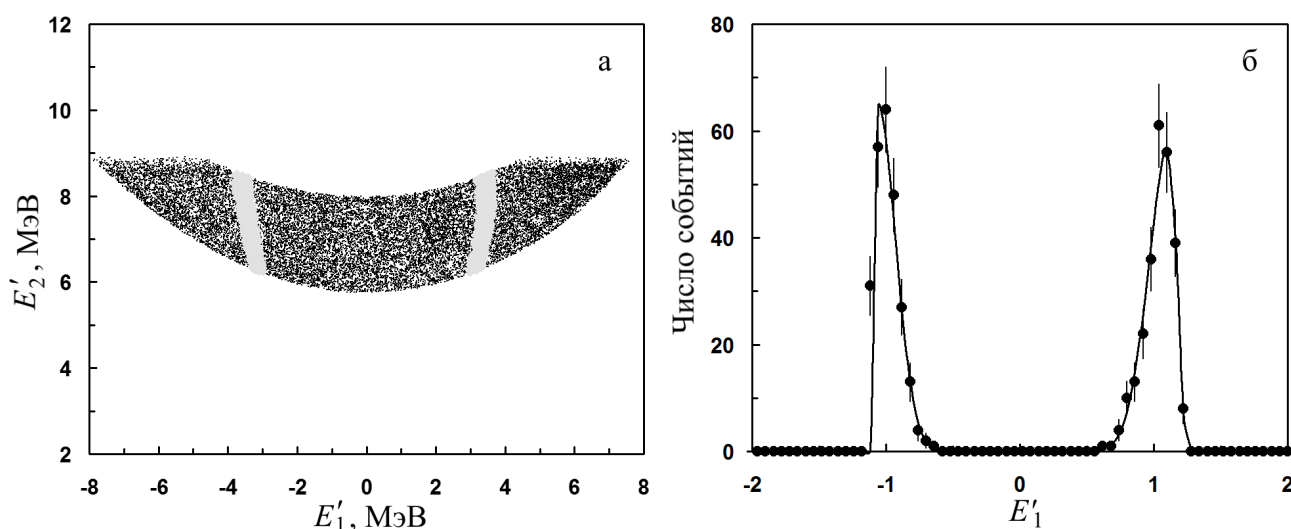


Рис. 2: а – двумерная диаграмма $E'_1 - E'_2$ после поворота первоначальной диаграммы (рис. 1а) на угол 45° . Обозначения те же, что и на рис. 1а; б – соответствующий спектр E'_1 для событий с $E_{nn} = 60 \pm 10$ кэВ.

одномерный спектр в координатах E'_1 (рис. 2б) имеет наилучшее разделение. В ходе подбора были получены спектры для различных углов поворота. Было обнаружено, что пики могут иметь несимметричный вид с “завалом” в область между пиками (рис. 3).

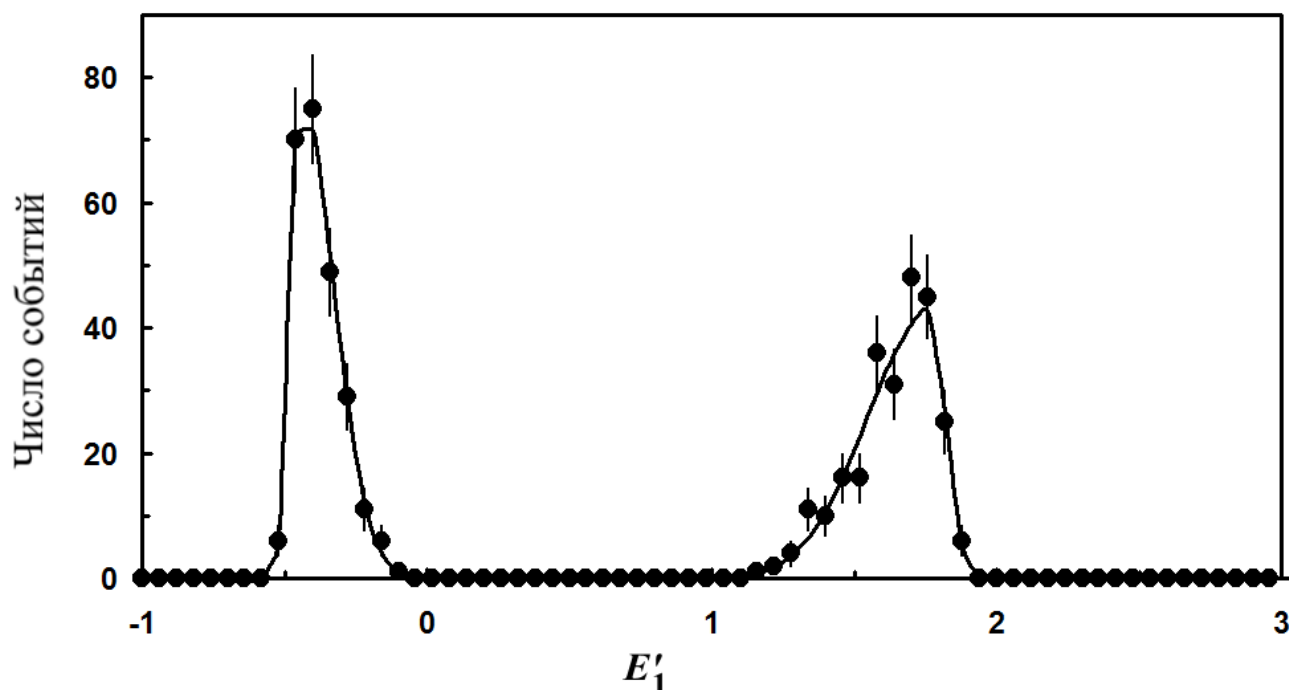


Рис. 3: Спектр E'_1 для событий с $E_{nn} = 60 \pm 10$ кэВ (точки) и результаты подгонки спектра E'_1 суммой гауссианов (сплошная линия).

В программе два асимметричных пика спектра E'_1 аппроксимируются суммой четырех гауссианов вида:

$$y = A \cdot \exp\left(\frac{\ln 0.5 \cdot (x - x_0)^2}{b^2}\right), \quad (3)$$

где A – максимальная амплитуда, x_0 – положение максимальной амплитуды, b – полная ширина на половине высоты. При этом первый пик аппроксимируется суммой двух гауссианов вида (3):

$$y_{11} = A_1 \cdot \exp\left(\frac{\ln 0.5 \cdot (x - x_{01})^2}{b_{11}^2}\right), \quad x \leq x_{01}, \quad (4)$$

$$y_{12} = A_1 \cdot \exp\left(\frac{\ln 0.5 \cdot (x - x_{01})^2}{b_{12}^2}\right), \quad x > x_{01}, \quad (5)$$

а второй –

$$y_{21} = A_2 \cdot \exp\left(\frac{\ln 0.5 \cdot (x - x_{02})^2}{b_{21}^2}\right), \quad x \leq x_{02}, \quad (6)$$

$$y_{22} = A_2 \cdot \exp\left(\frac{\ln 0.5 \cdot (x - x_{02})^2}{b_{22}^2}\right), \quad x > x_{02}, \quad (7)$$

где для первого пика выполняется условие $b_{11} \leq b_{12}$, а для второго – $b_{21} \geq b_{22}$.

Здесь также как и для (3): A_1 и A_2 – максимальные амплитуды и x_{01} и x_{02} – положения максимальных амплитуд, соответственно, первого и второго пика, b_{11} и b_{12} – полные ширины на половине высоты левого и правого гауссиана первого пика, а b_{21} и b_{22} – полные ширины на половине высоты левого и правого гауссиана второго пика.

Для каждого угла поворота из заданного диапазона углов проводится процедура фитирования, в процессе которой определяются наилучшие значения параметров A , x_0 и ширин b каждого из гауссианов. В процессе подгонки минимизируется значение χ^2 определяемое выражением

$$\chi^2(A, x_0, b) = \sum_x \frac{(f_e(x) - f_m(x))^2}{f_e(x)}, \quad (8)$$

где $f_e(x)$ – значения экспериментальных точек, а $f_m(x)$ – значения моделированных точек.

Для количественного сравнения качества разделения пиков вычисляется параметр FOM (Figure of Merit) – показатель качества разделения:

$$FOM = \frac{|x_{01} - x_{02}|}{0.5 \cdot (b_{11} + b_{12} + b_{21} + b_{22})}. \quad (9)$$

Чем больше величина FOM , тем лучше разделение пиков. Для поиска наилучшего значения параметра FOM в программе предусмотрен цикл прохода по заданному интервалу углов вблизи заранее выбранного угла, а также возможность изменять шаг по углу. Результаты работы программы сохраняются в отдельной таблице со значениями углов поворота и соответствующих им значений параметра FOM , χ^2 и параметров A , x_0 для каждого пика и значения ширин b каждого из гауссианов. Затем строится график зависимости FOM от угла поворота (рис. 4).

4 Заключение

Таким образом, в программе реализована возможность оптимизации спектров коррелирующих наблюдаемых в ядерных реакциях. Анализ полученных данных позволяет определить наилучший угол поворота, при

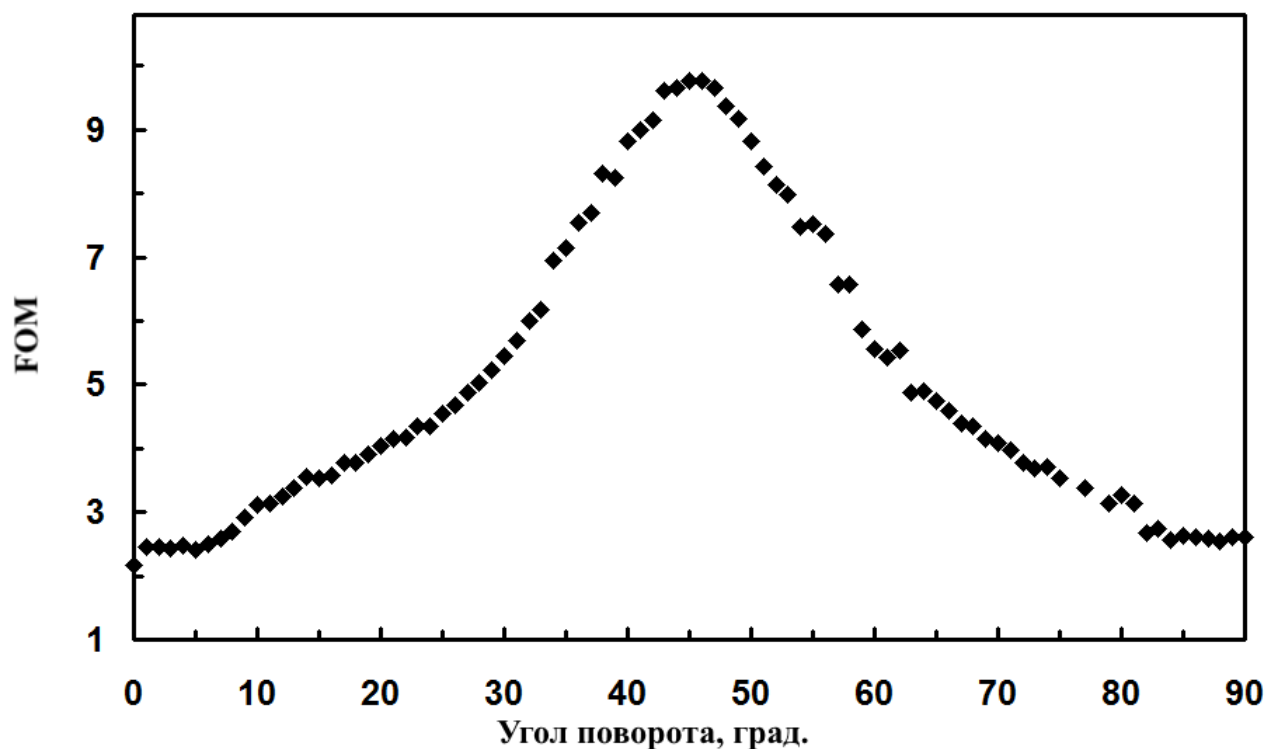


Рис. 4: График зависимости FOM от угла поворота осей координат для переменной E'_1 .

котором обеспечивается максимум FOM для проекции на соответствующую ось, и соответственно, оптимальная форма спектров коррелирующих наблюдаемых.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта No.16-32-00743.

Список литературы

- [1] Конобеевский Е.С., Каспаров А.А., Зуев С.В. Программа моделирования экспериментов по исследованию реакций с тремя частицами в конечном состоянии. Известия РАН. Серия физическая. 2014. Т. 78(5). С. 527–531.